

反射テスト 対数 計算 いろいろ 01

1. 次の計算をせよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 25 秒, C 級 2 分)

(1) $\log_2 40 - \log_2 5$

(2) $\log_4 8$

(3) $\log_3 2 \times \log_2 27$

(4) $3^{\log_3 5}$

2. 次の計算をせよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 25 秒, C 級 2 分)

(1) $\log_3 45 - \log_3 5$

(2) $\log_{125} 25$

(3) $\log_3 4 \times \log_2 81$

(4) $8^{\log_8 2}$

反射テスト 対数 計算 いろいろ 01 解答解説

1. 次の計算をせよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 25 秒, C 級 2 分)

★ 対数の計算 (底を 1 ではない正の実数 a, b とする対数について)

$M > 0, N > 0$ で, k が実数であるとき,

- ① $\log_a 1 = 0$
- ② $\log_a a = 1$
- ③ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
- ④ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
- ⑤ $\log_a M^k = k \log_a M$
- ⑥ $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$ (底の変換公式)
- ⑦ $a^{\log_a M} = M$ (両辺の対数をとれば証明できる.)

(1) $\log_2 40 - \log_2 5$

$$= \log_2 \frac{40}{5}$$

$$= \log_2 8$$

$$= \log_2 2^3$$

$$= 3$$

(2) $\log_4 8$

$$= \frac{\log_2 8}{\log_2 4} \quad \leftarrow \text{⑥ 底の変換}$$

$$= \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2}$$

$$= \frac{3}{2}$$

(3) $\log_3 2 \times \log_2 27$

$$= \log_3 2 \times \frac{\log_3 27}{\log_3 2} \quad \leftarrow \text{⑥ 底の変換}$$

$$= \log_3 27$$

$$= \log_3 3^3$$

$$= 3$$

(4) $3^{\log_3 5}$

$$t = 3^{\log_3 5} \text{ とおく.}$$

両辺の対数をとる. (底は 3)

$$\log_3 t = \log_3 3^{\log_3 5}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 t = \log_3 5 \times \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 t = \log_3 5$$

$$\Leftrightarrow t = 5$$

$$\therefore 5$$

☆⑦の公式がすぐ使えるようになれば申し分ない.

2. 次の計算をせよ. (*S* 級 45 秒, *A* 級 1 分, *B* 級 1 分 25 秒, *C* 級 2 分)

(1) $\log_3 45 - \log_3 5$

$$= \log_3 \frac{45}{5}$$

$$= \log_3 9$$

$$= \log_3 3^2$$

$$= \mathbf{2}$$

(2) $\log_{125} 25$

$$= \frac{\log_5 25}{\log_5 125} \quad \leftarrow \textcircled{6} \text{ 底の変換}$$

$$= \frac{\log_5 5^2}{\log_5 5^3}$$

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

(3) $\log_3 4 \times \log_2 81$

$$= 2 \log_3 2 \times \frac{\log_3 81}{\log_3 2} \quad \leftarrow \textcircled{6} \text{ 底の変換}$$

$$= 2 \times \log_3 81$$

$$= 2 \log_3 3^4$$

$$= \mathbf{8}$$

(4) $8^{\log_8 2}$

$$t = 8^{\log_8 2} \text{ とおく.}$$

両辺の対数をとる. (底は 8)

$$\log_8 t = \log_8 8^{\log_8 2}$$

$$\Leftrightarrow \log_8 t = \log_8 2 \times \log_8 8$$

$$\Leftrightarrow \log_8 t = \log_8 2$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

$$\therefore \mathbf{2}$$