

反射テスト 対数 計算 対数乗 01

1. 次の計算をせよ. (S 級 27 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 30 秒)

(1) $3^{\log_3 6}$

(2) $2^{\log_2 \frac{1}{8}} \times 3^{\log_3 24}$

(3) $8^{\log_2 5}$

(4) $\frac{5^{\log_5 16}}{9^{\log_3 2}}$

2. 次の計算をせよ. (S 級 40 秒, A 級 55 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 2 分)

(1) $5^{\log_5 10}$

(2) $3^{\log_3 \frac{1}{16}} \times 2^{\log_2 24}$

(3) $4^{\log_2 11}$

(4) $\frac{25^{\log_5 12}}{8^{\log_2 6}}$

反射テスト 対数 計算 対数乗 01 解答解説

1. 次の計算をせよ. (S 級 27 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 30 秒)

★ **対数乗** (底を 1 ではない正の実数 a とする対数について)

$M > 0$ に対して,

$$a^{\log_a M} = M \quad (\text{両辺の対数をとれば証明できる.})$$

左辺の対数をとる (底は a) と, $\log_a a^{\log_a M} = \log_a M \times \log_a a = \log_a M \times 1 = \log_a M$

(1) $3^{\log_3 6}$

(2) $2^{\log_2 \frac{1}{8}} \times 3^{\log_3 24}$

$$t = 3^{\log_3 6} \text{ とおく.}$$

両辺の対数をとる. (底は 3)

$$\log_3 t = \log_3 3^{\log_3 6}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 t = \log_3 6 \times \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 t = \log_3 6$$

$$\Leftrightarrow t = 6$$

$$\therefore \mathbf{6}$$

$$= \frac{1}{8} \times 24$$

$$= \mathbf{3}$$

☆以下, $a^{\log_a M} = M$ を公式として用いる.

(3) $8^{\log_2 5}$

(4) $\frac{5^{\log_5 16}}{9^{\log_3 2}}$

$$= (2^3)^{\log_2 5}$$

$$= 2^{3 \log_2 5}$$

$$= 2^{\log_2 5^3}$$

$$= \mathbf{125}$$

$$= \frac{16}{3^{2 \log_3 2}}$$

$$= \frac{16}{3^{\log_3 2^2}}$$

$$= \frac{16}{3^{\log_3 4}}$$

$$= \mathbf{4}$$

2. 次の計算をせよ. (S 級 40 秒, A 級 55 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 2 分)

$$(1) \quad 5^{\log_5 10}$$

$$(2) \quad 3^{\log_3 \frac{1}{16}} \times 2^{\log_2 24}$$

$$t = 5^{\log_5 10} \text{ とおく.}$$

両辺の対数をとる. (底は 5)

$$\log_5 t = \log_5 5^{\log_5 10}$$

$$\Leftrightarrow \log_5 t = \log_5 10 \times \log_5 5$$

$$\Leftrightarrow \log_5 t = \log_5 10$$

$$\Leftrightarrow t = 10$$

$$\therefore \quad \mathbf{10}$$

☆以下, $a^{\log_a M} = M$ を公式として用いる.

$$= \frac{1}{16} \times 24$$

$$= \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

$$(3) \quad 4^{\log_2 11}$$

$$(4) \quad \frac{25^{\log_5 12}}{8^{\log_2 6}}$$

$$= (2^2)^{\log_2 11}$$

$$= 2^{2 \log_2 11}$$

$$= 2^{\log_2 11^2}$$

$$= \mathbf{121}$$

$$= \frac{5^{2 \log_5 12}}{2^{3 \log_2 6}}$$

$$= \frac{5^{\log_5 12^2}}{2^{\log_2 6^3}}$$

$$= \frac{12 \times 12}{6 \times 6 \times 6}$$

$$= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$