

反射テスト 対数 底の変換 02

1. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (*S* 級 2 分, *A* 級 3 分, *B* 級 4 分 20 秒, *C* 級 6 分)

$$(1) \quad \log_a b \times \log_b a \quad \{a\}$$

$$(2) \quad \log_a \frac{1}{b^2} \times \log_{\frac{1}{b}} a^3 \quad \{a\}$$

$$(3) \quad \log_{a^2} \frac{1}{(a-b)^2} \div \log_{\frac{1}{b}} (b-a)^3 \quad \{b\}$$

2. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (*S* 級 2 分, *A* 級 3 分, *B* 級 4 分 20 秒, *C* 級 6 分)

(1) $\log_a b^2 \times \log_b a^3$ { a }

(2) $\log_a \frac{1}{b^3} \times \log_{\frac{1}{b}} a^6$ { b }

(3) $\log_{a^3} \frac{1}{(a-b)^3} \div \log_{\frac{1}{b^2}} (b-a)^4$ { a }

反射テスト 対数 底の変換 02 解答解説

1. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分)

★ 底の変換公式 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

(1) $\log_a b \times \log_b a$ {a}

$$\begin{aligned} &= \log_a b \times \frac{\log_a a}{\log_a b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

(2) $\log_a \frac{1}{b^2} \times \log_{\frac{1}{b}} a^3$ {a}

$$\begin{aligned} &= \log_a b^{-2} \times \frac{\log_a a^3}{\log_a \frac{1}{b}} \\ &= -2 \log_a b \times \frac{3}{-\log_a b} \\ &= 6 \end{aligned}$$

(3) $\log_{a^2} \frac{1}{(a-b)^2} \div \log_{\frac{1}{b}} (b-a)^3$ {b}

☆真数条件から,

$$(a-b)^2 > 0 \text{ かつ } (b-a)^3 > 0$$

$$\Leftrightarrow b-a > 0$$

☆底の条件から, a, b は 1 以外の正の実数.

与式

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_b (b-a)^{-2}}{\log_b a^2} \div \frac{\log_b (b-a)^3}{\log_b b^{-1}} \\ &= \frac{-2 \log_b (b-a)}{2 \log_b a} \times \frac{-\log_b b}{3 \log_b (b-a)} \\ &= \frac{\log_b (b-a)}{\log_b a} \times \frac{1}{3 \log_b (b-a)} \\ &= \frac{1}{3 \log_b a} \end{aligned}$$

2. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分)

$$(1) \quad \log_a b^2 \times \log_b a^3 \quad \{a\}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_a b^2}{\log_a a} \times \frac{\log_a a^3}{\log_a b} \\ &= \frac{2 \log_a b}{1} \times \frac{3}{\log_a b} \\ &= \mathbf{6} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \log_a \frac{1}{b^3} \times \log_{\frac{1}{b}} a^6 \quad \{b\}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_b b^{-3}}{\log_b a} \times \frac{\log_b a^6}{\log_b b^{-1}} \\ &= \frac{-3}{\log_b a} \times \frac{6 \log_b a}{-1} \\ &= \mathbf{18} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \log_{a^3} \frac{1}{(a-b)^3} \div \log_{\frac{1}{b^2}} (b-a)^4 \quad \{a\}$$

☆真数条件から,

$$(a-b)^3 > 0 \text{ かつ } (b-a)^4 > 0$$

$$\Leftrightarrow a-b > 0$$

☆底の条件から, a, b は 1 以外の正の実数.

与式

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_a (a-b)^{-3}}{\log_a a^3} \div \frac{\log_a (a-b)^4}{\log_a b^{-2}} \\ &= \frac{-3 \log_a (a-b)}{3} \div \frac{4 \log_a (a-b)}{-2 \log_a b} \\ &= \frac{-\log_a (a-b)}{1} \times \frac{-\log_a b}{2 \log_a (a-b)} \\ &= \frac{\log_a b}{\mathbf{2}} \end{aligned}$$