

反射テスト 対数 底の変換 基礎 01

1. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (*S* 級 1 分 20 秒, *A* 級 2 分, *B* 級 3 分, *C* 級 4 分 20 秒)

(1) $\log_2 3$ {3}

(2) $\log_4 8$ {2}

(3) $\log_5 27 \times \log_3 25$ {3}

(4) $\log_4 54 + \log_{\frac{1}{4}} 27$ {2}

2. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ.

(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) $\log_2 6$ {3}

(2) $\log_{16} 2$ {2}

(3) $\log_7 32 \times \log_2 49$ {2}

(4) $\log_{27} 8 + \log_{\frac{1}{9}} 72$ {3}

反射テスト 対数 底の変換 基礎 01 解答解説

1. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 20 秒)

★ 底の変換公式 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

(1) $\log_2 3$ {3}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 3}{\log_3 2} \\ &= \frac{1}{\log_3 2} \end{aligned}$$

(2) $\log_4 8$ {2}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_2 8}{\log_2 4} \\ &= \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(3) $\log_5 27 \times \log_3 25$ {3}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 27}{\log_3 5} \times \log_3 5^2 \\ &= \frac{\log_3 3^3}{\log_3 5} \times 2 \log_3 5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

(4) $\log_4 54 + \log_{\frac{1}{4}} 27$ {2}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_2 54}{\log_2 4} + \frac{\log_2 27}{\log_2 \frac{1}{4}} \\ &= \frac{\log_2 (2 \times 3^3)}{2 \log_2 2} + \frac{\log_2 3^3}{\log_2 2^{-2}} \\ &= \frac{\log_2 2 + \log_2 3^3}{2} + \frac{3 \log_2 3}{-2} \\ &= \frac{1 + 3 \log_2 3}{2} - \frac{3 \log_2 3}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2. 次の式 { } 内を底として式変形を行い, 最も簡単な形に計算せよ.

(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) $\log_2 6$ {3}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 6}{\log_3 2} \\ &= \frac{\log_3 (2 \times 3)}{\log_3 2} \\ &= \frac{\log_3 2 + \log_3 3}{\log_3 2} \\ &= 1 + \frac{1}{\log_3 2} \end{aligned}$$

(2) $\log_{16} 2$ {2}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_2 2}{\log_2 16} \\ &= \frac{1}{\log_2 2^4} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(3) $\log_7 32 \times \log_2 49$ {2}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_2 2^5}{\log_2 7} \times \log_2 7^2 \\ &= \frac{5}{\log_2 7} \times 2 \log_2 7 \\ &= 10 \end{aligned}$$

(4) $\log_{27} 8 + \log_{\frac{1}{9}} 72$ {3}

$$\begin{aligned} &= \frac{\log_3 8}{\log_3 27} + \frac{\log_3 72}{\log_3 \frac{1}{9}} \\ &= \frac{\log_3 2^3}{\log_3 3^3} + \frac{\log_3 (2^3 \times 3^2)}{\log_3 3^{-2}} \\ &= \frac{3 \log_3 2}{3} + \frac{\log_3 2^3 + \log_3 3^2}{-2} \\ &= \log_3 2 - \frac{3 \log_3 2 + 2}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \log_3 2 - 1 \end{aligned}$$