

反射テスト 対数 性質 基礎 01

1. 例にならって、次の式を対数表記せよ。ただし変数の定義域を考慮しなくてよい。

(S 級 24 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 10 秒, C 級 1 分 30 秒)

例 1 $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

例 2 $3^x = y \Leftrightarrow \log_3 y = x$

(1) $2^3 = 8$

(2) $5^1 = 5$

(3) $a^3 = y$

(4) $x^x = y$

2. をうめよ。(S 級 36 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 40 秒, C 級 3 分)

(1) $2^0 = 1$ であるから,

$\log_2 1 = \text{}$

(2) x は正の整数で 1 ではないとすると,

$x^1 = x$ であるから,

$\log_x x = \text{}$

(3) m, n は正の整数で 1 ではないとする.

$M = 2^m$, $N = 2^n$ とおくと,

$m = \log_2 \text{}$

$n = \log_2 \text{}$

また, $MN = 2^{m+n}$ であるから,

$m + n = \log_2 \text{}$

ゆえに, $\log_2 MN = \log_2 M + \log_2 N$

(4) m は正の整数で 1 ではないとする.

$M = 2^m$ とおくと,

$m = \log_2 \text{}$

よって, この両辺を 3 倍すると,

$3m = 3 \log_2 \text{}$

また, $M = 2^m$ の両辺を 3 乗すると,

$M^3 = 2^{\text{}}$

$\Leftrightarrow \text{} = \log_2 M^3$

以上の結果から, $\log_2 M^3 = 3 \log_2 M$

3. 例にならって、次の式を対数表記せよ。ただし変数の定義域を考慮しなくてよい。

(S 級 25 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 1 分 30 秒)

例 1 $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

例 2 $3^x = y \Leftrightarrow \log_3 y = x$

(1) $5^3 = 125$

(2) $100^0 = 1$

(3) $a^x = y$

(4) $x^{2x} = y$

4. をうめよ。(S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 30 秒)

(1) $7^1 = 7$ であるから,

$\log_7 7 = \text{}$

(2) $2^{-1} = \frac{1}{2}$ であるから,

$\log_2 \frac{1}{2} = \text{}$

(3) m, n は正の整数で 1 ではないとする.

$M = 2^m, N = 2^n$ とおくと,

$m = \log_2 \text{}$

$n = \log_2 \text{}$

また, $\frac{M}{N} = 2^{m-n}$ であるから,

$m - n = \log_2 \text{}$

ゆえに, $\log_2 \frac{M}{N} = \log_2 M - \log_2 N$

(4) k, m は正の整数で 1 ではないとする.

$a^m = M^k$ とおくと,

$m = \log_a \text{}$

また, $a^m = M^k \Leftrightarrow a^{\frac{m}{k}} = M$

であるから, $\text{} = \log_a M$

両辺を k 倍して, $\text{} = \text{} \log_a M$

以上の結果から, $\log_a M^k = k \log_a M$

反射テスト 対数 性質 基礎 01 解答解説

1. 例にならって、次の式を対数表記せよ。ただし変数の定義域を考慮しなくてよい。

(S 級 24 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 10 秒, C 級 1 分 30 秒)

例 1 $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

例 2 $3^x = y \Leftrightarrow \log_3 y = x$

★ 対数は指数計算の逆算 (ただし底 a は $a > 0$ かつ $a \neq 1$)

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

(1) $2^3 = 8$

$$\Leftrightarrow \log_2 8 = 3$$

(2) $5^1 = 5$

$$\Leftrightarrow \log_5 5 = 1$$

(3) $a^3 = y$

$$\Leftrightarrow \log_a y = 3$$

(4) $x^x = y$

$$\Leftrightarrow \log_x y = x$$

2. をうめよ。(S 級 36 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 40 秒, C 級 3 分)

★ 対数の計算 (1 ではない正の実数 a を底とする対数について)

$M > 0, N > 0$ で、 k が実数であるとき、

① $\log_a 1 = 0$

② $\log_a a = 1$

③ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

④ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

⑤ $\log_a M^k = k \log_a M$

(1) $2^0 = 1$ であるから、

$$\log_2 1 = \boxed{0}$$

(2) x は正の整数で 1 ではないとすると、

$$x^1 = x \text{ であるから、}$$

$$\log_x x = \boxed{1}$$

(3) m, n は正の整数で 1 ではないとする。

$$M = 2^m, N = 2^n \text{ とおくと、}$$

$$m = \log_2 \boxed{M}$$

$$n = \log_2 \boxed{N}$$

$$\text{また、} MN = 2^m \times 2^n = 2^{m+n} \text{ であるから、}$$

$$m + n = \log_2 \boxed{MN}$$

$$\text{ゆえに、} \log_2 MN = \log_2 M + \log_2 N$$

(4) m は正の整数で 1 ではないとする。

$$M = 2^m \text{ とおくと、}$$

$$m = \log_2 \boxed{M}$$

よって、この両辺を 3 倍すると、

$$3m = 3 \log_2 \boxed{M}$$

また、 $M = 2^m$ の両辺を 3 乗すると、

$$M^3 = 2^{\boxed{3m}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{3m} = \log_2 M^3$$

$$\text{以上の結果から、} \log_2 M^3 = 3 \log_2 M$$

3. 例にならって、次の式を対数表記せよ。ただし変数の定義域を考慮しなくてよい。

(S 級 25 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 1 分 30 秒)

例 1 $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

例 2 $3^x = y \Leftrightarrow \log_3 y = x$

★ 対数は指数計算の逆算 (ただし底 a は $a > 0$ かつ $a \neq 1$)

$$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$$

(1) $5^3 = 125$

$$\Leftrightarrow \log_5 125 = 3$$

(2) $100^0 = 1$

$$\Leftrightarrow \log_{100} 1 = 0$$

(3) $a^x = y$

$$\Leftrightarrow \log_a y = x$$

(4) $x^{2x} = y$

$$\Leftrightarrow \log_x y = 2x$$

4. をうめよ。(S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 30 秒)

★ 対数の計算 (1 ではない正の実数 a を底とする対数について)

$M > 0, N > 0$ で, k が実数であるとき,

① $\log_a 1 = 0$

② $\log_a a = 1$

③ $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

④ $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

⑤ $\log_a M^k = k \log_a M$

(1) $7^1 = 7$ であるから,

$$\log_7 7 = \boxed{1}$$

(2) $2^{-1} = \frac{1}{2}$ であるから,

$$\log_2 \frac{1}{2} = \boxed{-1}$$

(3) m, n は正の整数で 1 ではないとする.

$$M = 2^m, N = 2^n \text{ とおくと,}$$

$$m = \log_2 \boxed{M}$$

$$n = \log_2 \boxed{N}$$

$$\text{また, } \frac{M}{N} = 2^m \div 2^n = 2^{m-n} \text{ であるから,}$$

$$m - n = \log_2 \boxed{\frac{M}{N}}$$

$$\text{ゆえに, } \log_2 \frac{M}{N} = \log_2 M - \log_2 N$$

(4) k, m は正の整数で 1 ではないとする.

$$a^m = M^k \text{ とおくと,}$$

$$m = \log_a \boxed{M^k}$$

$$\text{また, } a^m = M^k \Leftrightarrow a^{\frac{m}{k}} = M$$

$$\text{であるから, } \boxed{\frac{m}{k}} = \log_a M$$

$$\text{両辺を } k \text{ 倍して, } \boxed{m} = \boxed{k} \log_a M$$

$$\text{以上の結果から, } \log_a M^k = k \log_a M$$