

反射テスト 数列 一般項の推定 02

1. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) $0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$

(2) $2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \frac{32}{3}, \frac{128}{7}, \dots$

2. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{5}{3}, \frac{12}{7}, \dots$

(2) $0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \dots$

反射テスト 数列 一般項の推定 02 解答解説

1. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★一般項の推定

どんな問題でも使える技は, 一般項を 推定 し, 数学的帰納法 を用いて証明してしまう方法である. 漸化式から一般項を求める方法が思い浮かばないときに使う. もちろん推定ができなければお手上げである.

$$(1) \quad 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{0}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$$

$$a_n = \frac{n-1}{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad 2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \frac{32}{3}, \frac{128}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{8}{3}, \frac{16}{4}, \frac{32}{5}, \frac{64}{6}, \dots$$

$$a_n = \frac{2^n}{n} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

☆別解

$$\Rightarrow 1-1, 1-\frac{2}{3}, 1-\frac{1}{2}, 1-\frac{2}{5}, 1-\frac{1}{3}, 1-\frac{2}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow 1-\frac{2}{2}, 1-\frac{2}{3}, 1-\frac{2}{4}, 1-\frac{2}{5}, 1-\frac{2}{6}, 1-\frac{2}{7}, \dots$$

$$a_n = 1 - \frac{2}{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

☆上にあげた答えは同値である.

上の式を 帯分数化 すれば下の式になる.

帯分数化 は計算テクニックの 1 つとして重要.

2. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★一般項の推定

どんな問題でも使える技は、一般項を 推定 し、数学的帰納法 を用いて証明してしまう方法である. 漸化式から一般項を求める方法が思いつかないときに使う. もちろん推定ができなければお手上げである.

$$(1) \quad 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{5}{3}, \frac{12}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2}, \frac{4}{3}, \frac{6}{4}, \frac{8}{5}, \frac{10}{6}, \frac{12}{7}, \dots$$

$$a_n = \frac{2n}{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{32}, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \frac{5}{32}, \dots$$

$$a_n = \frac{n-1}{2^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆別解 1

$$\Rightarrow 1, 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{5}, 1\frac{2}{3}, 1\frac{5}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow 1, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{4}, 1\frac{3}{5}, 1\frac{4}{6}, 1\frac{5}{7}, \dots$$

$$a_n = 1 + \frac{n-1}{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆別解 2

$$\Rightarrow 1, 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{5}, 1\frac{2}{3}, 1\frac{5}{7}, \dots$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{2}{2}, 2 - \frac{2}{3}, 2 - \frac{2}{4}, 2 - \frac{2}{5}, 2 - \frac{2}{6}, \dots$$

$$a_n = 2 - \frac{2}{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆上にあげた答えはすべて同値である.