

反射テスト 数列 一般項の推定 01

1. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

(3) $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$

(4) $1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, \dots$

2. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 1 分, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) $1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, \dots$

(2) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \dots$

(3) $-2, 4, -6, 8, -10, 12, -14, \dots$

(4) $2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, \dots$

反射テスト 数列 一般項の推定 01 解答解説

1. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★ 一般項の推定

どんな問題でも使える技は, 一般項を 推定 し, 数学的帰納法 を用いて証明してしまう方法である. 漸化式から一般項を求める方法が思い浮かばないときに使う. もちろん推定ができなければお手上げである.

(1) $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \dots$

$$a_n = n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$a_n = \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

★ 平方数

(3) $1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$

(4) $1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, \dots$

$$a_n = -(-1)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$a_n = 2^n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆ $+$, $-$ が交互に出て来たら, $(-1)^n$ が必要.
初項の符号にも注意.

☆ だいたい 2 倍になっていることに注目.
前項の 2 倍 + 1 になっていることから,
漸化式: $a_{n+1} = 2a_n + 1$
がわかる. これと初項から求めてもよい.

2. 一般項 a_n を推定せよ. 答えのみでよい. (S 級 1 分, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★一般項の推定

どんな問題でも使える技は, 一般項を 推定 し, 数学的帰納法 を用いて証明してしまう方法である. 漸化式から一般項を求める方法が思いつかないときに使う. もちろん推定ができなければお手上げである.

(1) $1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, \dots$

(2) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \dots$

$$a_n = n^3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$a_n = \frac{1}{2n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

★立方数

(3) $-2, 4, -6, 8, -10, 12, -14, \dots$

(4) $2, 3, 5, 9, 17, 33, 65, \dots$

$$a_n = 2n \cdot (-1)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$a_n = 2^{n-1} + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆+, - が交互に出て来たら, $(-1)^n$ が必要.

☆だいたい 2 倍になっていることに注目.

前項の 2 倍 - 1 になっていることから,

$$\text{漸化式: } a_{n+1} = 2a_n - 1$$

がわかる. これと初項から求めてもよい.