反射テスト　数列　漸化式　Σ応用　階差数列　01

1.　次の数列の一般項を求めよ. ただし $n = 1, 2, 3, \cdots$ とする.（ S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　$\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = a_n + n \end{cases}$

(2)　$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = a_n + n^2 \end{cases}$

2. 次の数列の一般項を求めよ．ただし $n = 1, 2, 3, \cdots$ とする．（ S 級 50 秒，A 級 1 分 20 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

(1) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n - 2n \end{cases}$

(2) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 4n^3 \end{cases}$

反射テスト　数列　漸化式　Σ応用　階差数列　01　解答解説

1.　次の数列の一般項を求めよ．ただし $n=1,2,3,\cdots$ とする．（ S 級 50 秒，A 級 1 分 20 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

★ 階差数列の公式　（ 漸化式と Σ 公式 ）

$a_{n+1}-a_n=f(n)$ のとき，　$\boldsymbol{a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} f(k)}$

☆ $\boldsymbol{n-1}$ までの総和であることに注意.

(1)　$\begin{cases} a_1=-1 & \cdots① \\ a_{n+1}=a_n+n & \cdots② \end{cases}$

$$
\begin{aligned}
② \iff\ & a_{n+1}-a_n=n \\
\therefore\ & a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}k \qquad \leftarrow ☆\ \boldsymbol{n-1} \text{ までの総和であることに注意.} \\
\iff\ & a_n=-1+\frac{(n-1)n}{2} \\
\iff\ & a_n=\frac{n^2-n-2}{2} \\
\iff\ & \boldsymbol{a_n=\frac{(n+1)(n-2)}{2}} \qquad \boldsymbol{(\,n=1,2,3,\cdots)}
\end{aligned}
$$

☆確かめ（ ★ **1, 2, 3, ⋯ で考えろ.** ）

n	1	2	3
a_n（漸化式）	-1	$-1+1=0$	$0+2=2$
$\frac{(n+1)(n-2)}{2}$	-1	0	2

(2)　$\begin{cases} a_1=0 & \cdots① \\ a_{n+1}=a_n+n^2 & \cdots② \end{cases}$

$$
\begin{aligned}
② \iff\ & a_{n+1}-a_n=n^2 \\
\therefore\ & a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}k^2 \qquad \leftarrow ☆\ \boldsymbol{n-1} \text{ までの総和であることに注意.} \\
\iff\ & a_n=0+\frac{(n-1)n(2n-1)}{6} \\
\iff\ & \boldsymbol{a_n=\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}} \qquad \boldsymbol{(\,n=1,2,3,\cdots)}
\end{aligned}
$$

☆確かめ（ ★ **1, 2, 3, ⋯ で考えろ.** ）

n	1	2	3
a_n（漸化式）	0	$0+1^2=1$	$1+2^2=5$
$\frac{(n-1)n(2n-1)}{6}$	0	1	5

2. 次の数列の一般項を求めよ．ただし $n=1,2,3,\cdots$ とする．（ S 級 50 秒，A 級 1 分 20 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

(1) $\begin{cases} a_1=1 & \cdots① \\ a_{n+1}=a_n-2n & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $a_{n+1}-a_n=-n$

$\therefore$ $a_n=a_1-\sum_{k=1}^{n-1}2k$ ← ☆ $\boldsymbol{n-1}$ までの総和であることに注意.

$\Leftrightarrow$ $a_n=1-2\times\dfrac{(n-1)n}{2}$

$\Leftrightarrow$ $a_n=1-n(n-1)$

$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a_n=-n^2+n+1 \quad (n=1,2,3,\cdots)}$

☆確かめ（ ★ **1, 2, 3, ⋯ で考えろ**. ）

n	1	2	3
a_n(漸化式)	1	$1-2\times1=-1$	$-1-2\times2=-5$
$-n^2+n+1$	1	-1	-5

(2) $\begin{cases} a_1=1 & \cdots① \\ a_{n+1}=a_n+4n^3 & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $a_{n+1}-a_n=4n^3$

$\therefore$ $a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}4k^3$ ← ☆ $\boldsymbol{n-1}$ までの総和であることに注意.

$\Leftrightarrow$ $a_n=1+4\times\dfrac{(n-1)^2n^2}{4}$

$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a_n=n^2(n-1)^2+1 \quad (n=1,2,3,\cdots)}$

☆確かめ（ ★ **1, 2, 3, ⋯ で考えろ**. ）

n	1	2	3
a_n(漸化式)	1	$1+4\cdot1^3=5$	$5+4\cdot2^3=37$
$n^2(n-1)^2+1$	1	5	37