

反射テスト 数列 漸化式 基本 01

1. 次の数列の一般項を求めよ. ただし $n = 1, 2, 3, \dots$ とする. (S 級分 25 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 2 分)

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1) \end{cases}$$

2. 次の数列の一般項を求めよ. ただし $n = 1, 2, 3, \dots$ とする. (S 級分 40 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 40 秒, C 級 2 分 30 秒)

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = 9 \\ a_{n+1} = a_n - 4 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} - 2 = -\frac{1}{3}(a_n - 2) \end{cases}$$

反射テスト 数列 漸化式 基本 01 解答解説

1. 次の数列の一般項を求めよ. ただし $n = 1, 2, 3, \dots$ とする. (S 級分 25 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 20 秒, C 級 2 分)

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$$

数列 $\{a_n\}$ は, 初項 3, 公差 3 の等差数列.

$$\therefore a_n = 3 + 3(n-1)$$

$$\Leftrightarrow a_n = 3n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n \end{cases}$$

数列 $\{a_n\}$ は, 初項 1, 公比 2 の等比数列.

$$\therefore a_n = 1 \cdot 2^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow a_n = 2^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} + 1 = 2(a_n + 1) \end{cases}$$

数列 $\{a_n + 1\}$ は, 初項 $a_1 + 1$, 公比 2 の等比数列.

$$a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$\therefore a_n + 1 = 2 \cdot 2^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow a_n = 2^n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆確かめ (逆算チェック) これが精度を高めるコツ.

$$\text{漸化式から, } a_2 + 1 = 2(1 + 1) \quad \Leftrightarrow \quad a_2 = 3$$

$$\text{一般項から, } \begin{cases} a_1 = 2^1 - 1 = 2 - 1 = 1 & OK \\ a_2 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3 & OK \end{cases}$$

2. 次の数列の一般項を求めよ. ただし $n = 1, 2, 3, \dots$ とする. (S 級分 40 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 40 秒, C 級 2 分 30 秒)

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = 9 \\ a_{n+1} = a_n - 4 \end{cases}$$

数列 $\{a_n\}$ は, 初項 9, 公差 -4 の等差数列.

$$\therefore a_n = 9 - 4(n - 1)$$

$$\Leftrightarrow a_n = -4n + 13 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(2) \quad \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \end{cases}$$

数列 $\{a_n\}$ は, 初項 2, 公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列

$$\therefore a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow a_n = \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(3) \quad \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} - 2 = -\frac{1}{3}(a_n - 2) \end{cases}$$

数列 $\{a_n - 2\}$ は, 初項 $a_1 - 2$, 公比 $-\frac{1}{3}$ の等比数列

$$a_1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$\therefore a_n - 2 = 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

☆確かめ (逆算チェック) これが精度を高めるコツ.

$$\text{漸化式から, } a_2 - 2 = -\frac{1}{3}(3 - 2) \quad \Leftrightarrow \quad a_2 = \frac{5}{3}$$

$$\text{一般項から, } \begin{cases} a_1 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{1-1} + 2 = 3 & OK \\ a_2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{2-1} + 2 = \frac{5}{3} & OK \end{cases}$$