

反射テスト 数列 等比数列の和 01

1. 次の等比数列の第 n 項までの和を S_n とする. S_n を求めよ. (S 級 1 分, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 4 分 40 秒)

(1) 等比数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公比} & 3 \end{cases}$

(2) 等比数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 2 \\ \text{公比} & 2 \end{cases}$

(3)

n	1	2	3	4	...
a_n	1	-2	4	-8	...

(4)

n	1	2	3	4	...
a_n	2	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	...

2. 次の等比数列の第 n 項までの和を S_n とする. S_n を求めよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) 等比数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 4 \\ \text{公比} & 3 \end{cases}$

(2) 等比数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 2 \\ \text{公比} & -3 \end{cases}$

(3)

n	1	2	3	4	...
a_n	16	-4	1	$-\frac{1}{4}$	...

(4)

n	1	2	3	4	...
a_n	-9	-3	-1	$-\frac{1}{3}$	...

反射テスト 数列 等比数列の和 01 解答解説

1. 次の等比数列の第 n 項までの和を S_n とする. S_n を求めよ. (S 級 1 分, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 4 分 40 秒)

★ 初項 a , 公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項 $a_n = ar^{n-1}$

★ 等比数列の和

初項 a , 公比 d の数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和を S_n とおくと, (つまり $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$)

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

☆ $r > 1$ のときは左の公式を, $r < 1$ のときは右の公式を使う.

$$(1) \quad \text{等比数列 } \{a_n\} \quad \begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公比} & 3 \end{cases}$$

$$(2) \quad \text{等比数列 } \{a_n\} \quad \begin{cases} \text{初項} & 2 \\ \text{公比} & 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1(3^n - 1)}{3 - 1} \\ &= \frac{3^n - 1}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} \\ &= 2(2^n - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned}$$

$$(3) \quad \begin{array}{c|c|c|c|c|c} n & 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots \\ \hline a_n & 1 & -2 & 4 & -8 & \cdots \end{array}$$

初項 1, 公比 -2

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1\{1 - (-2)^n\}}{1 - (-2)} \\ &= \frac{1 - (-2)^n}{3} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned}$$

$$(4) \quad \begin{array}{c|c|c|c|c|c} n & 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots \\ \hline a_n & 2 & -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \cdots \end{array}$$

初項 2, 公比 $-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{2\{1 - (-\frac{1}{2})^n\}}{1 - (-\frac{1}{2})} \\ &= \frac{4}{3} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right\} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned}$$

☆確かめ $n = 1$ を代入してみる.

2. 次の等比数列の第 n 項までの和を S_n とする. S_n を求めよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \text{等比数列 } \{a_n\} \quad \begin{cases} \text{初項} & 4 \\ \text{公比} & 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{4(3^n - 1)}{3 - 1} \\ &= 2(3^n - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

$$(2) \quad \text{等比数列 } \{a_n\} \quad \begin{cases} \text{初項} & 2 \\ \text{公比} & -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{2\{1 - (-3)^n\}}{1 - (-3)} \\ &= \frac{1}{2}\{1 - (-3)^n\} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

(3)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	16	-4	1	$-\frac{1}{4}$	$\cdots$

初項 16, 公比 $-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{16\{1 - (-\frac{1}{4})^n\}}{1 - (-\frac{1}{4})} \\ &= \frac{64}{5}\left\{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^n\right\} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

(4)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-9	-3	-1	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$

初項 -9, 公比 $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{-9\{1 - (\frac{1}{3})^n\}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= -\frac{27}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right\} \\ &= -\frac{27}{2}\left(1 - \frac{1}{3^n}\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

☆確かめ $n = 1$ を代入してみる.