反射テスト　数列　等差数列の和　01

1.　次の等差数列の第 n 項までの和を S_n とする．S_n を求めよ．(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 6 分)

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公差} & 2 \end{cases}$

(2)　等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 20 \\ \text{公差} & -4 \end{cases}$

(3)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-50	-45	-40	-35	$\cdots$

(4)

n	0	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	1	2	3	4	5	$\cdots$

2. 次の等差数列の第 n 項までの和を S_n とする．S_n を求めよ．(S 級 1 分 40 秒，A 級 2 分 50 秒，B 級 3 分，C 級 6 分 40 秒)

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公差} & 3 \end{cases}$

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 18 \\ \text{公差} & -6 \end{cases}$

(3)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-5	20	45	70	$\cdots$

(4)

n	0	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-2	0	2	4	6	$\cdots$

反射テスト　数列　等差数列の和　01　解答解説

1.　次の等差数列の第 n 項までの和を S_n とする．S_n を求めよ．(S 級 1 分 30 秒，A 級 2 分 30 秒，B 級 3 分 40 秒，C 級 6 分)

★ 初項 a_1，公差 d の数列 $\{a_n\}$　　$\boldsymbol{a_n = a_1 + d(n-1)}$

★ 等差数列の和

初項 a_1，公差 d の数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和を S_n とおくと，　(つまり $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$)

$$\boldsymbol{S_n = \frac{(a_1 + a_n)\,n}{2}}$$

☆台形の面積のイメージ　$\dfrac{\text{最初の項と最後の項の和} \times \text{等差数列の個数}}{2}$

(1)　等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公差} & 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + 2(n-1) \\ &= 2n - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\{1 + (2n-1)\}\,n}{2} \\ &= \boldsymbol{n^2 \quad (\,n = 1, 2, 3, \cdots)} \end{aligned}$$

☆確かめ $n = 1$ を代入してみる．

(2)　等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 20 \\ \text{公差} & -4 \end{cases}$

$$\begin{aligned} a_n &= 20 + (-4) \cdot (n-1) \\ &= -4n + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\{20 + (-4n+24)\}\,n}{2} \\ &= \frac{(-4n+44)n}{2} \\ &= \boldsymbol{-2n(n-11) \quad (\,n = 1, 2, 3, \cdots)} \\ &= \boldsymbol{-2n^2 + 22n \quad (\,n = 1, 2, 3, \cdots)} \end{aligned}$$

(3)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-50	-45	-40	-35	$\cdots$

初項 -50，公差 5

$$\therefore\quad \begin{aligned} a_n &= -50 + 5(n-1) \\ &= 5n - 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\{-50 + (5n-55)\}\,n}{2} \\ &= \boldsymbol{\frac{5n(n-21)}{2} \quad (\,n = 1, 2, 3, \cdots)} \\ &= \boldsymbol{\frac{5n^2 - 105n}{2} \quad (\,n = 1, 2, 3, \cdots)} \end{aligned}$$

(4)

n	0	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	1	2	3	4	5	$\cdots$

★ $n = 0$ から始まる数列

a_1 の値を初項として考えればよい．

a_1 2，公差 1

$$\therefore\quad \begin{aligned} a_n &= 2 + 1 \cdot (n-1) \\ &= n + 1 \end{aligned}$$

☆数列の個数は $(n+1)$ 個であるから，

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\{1 + (n+1)\}\,(n+1)}{2} \\ &= \boldsymbol{\frac{(n+1)(n+2)}{2} \quad (\,n = 0, 1, 2, \cdots)} \end{aligned}$$

☆確かめ $n = 0$ や $n = 1$ を代入してみる．

2. 次の等差数列の第 n 項までの和を S_n とする．S_n を求めよ．(S 級 1 分 40 秒，A 級 2 分 50 秒，B 級 3 分，C 級 6 分 40 秒)

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 1 \\ \text{公差} & 3 \end{cases}$

$$a_n = 1 + 3(n-1)$$
$$= 3n - 2$$

$$S_n = \frac{\{1 + (3n-2)\}\,n}{2}$$
$$= \boldsymbol{\frac{n(3n-1)}{2}} \quad \boldsymbol{(n = 1, 2, 3, \cdots)}$$

☆確かめ $n = 1$ を代入してみる．

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ $\begin{cases} \text{初項} & 18 \\ \text{公差} & -6 \end{cases}$

$$a_n = 18 + (-6) \cdot (n-1)$$
$$= -6n + 24$$

$$S_n = \frac{\{18 + (-6n+24)\}\,n}{2}$$
$$= \frac{(-6n+42)n}{2}$$
$$= \boldsymbol{-3n(n-7)} \quad \boldsymbol{(n = 1, 2, 3, \cdots)}$$
$$= \boldsymbol{-3n^2 + 21n} \quad \boldsymbol{(n = 1, 2, 3, \cdots)}$$

(3)

n	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-5	20	45	70	$\cdots$

初項 -5，公差 25

$\therefore$ $a_n = -5 + 25(n-1)$
$= 25n - 30$

$$S_n = \frac{\{-5 + (25n-30)\}\,n}{2}$$
$$= \boldsymbol{\frac{5n(5n-7)}{2}} \quad \boldsymbol{(n = 1, 2, 3, \cdots)}$$
$$= \boldsymbol{\frac{25n^2 - 35n}{2}} \quad \boldsymbol{(n = 1, 2, 3, \cdots)}$$

(4)

n	0	1	2	3	4	$\cdots$
a_n	-2	0	2	4	6	$\cdots$

★ $n = 0$ から始まる数列

a_1 の値を初項として考えればよい．

a_1 0，公差 2

$\therefore$ $a_n = 0 + 2 \cdot (n-1)$
$= 2n - 2$

☆数列の個数は $(n+1)$ 個であるから，

$$S_n = \frac{\{-2 + (2n-2)\}\,(n+1)}{2}$$
$$= \frac{2(n-2)(n+1)}{2}$$
$$= \boldsymbol{(n-2)(n+1)} \quad \boldsymbol{(n = 0, 1, 2, \cdots)}$$

☆確かめ $n = 0$ や $n = 1$ を代入してみる．