

反射テスト 数列 等差数列の和 基礎 01

1. 次の計算をせよ. (S 級 35 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10$

(2) $3 + 6 + 9 + 12 + \cdots + 42$

(3) $3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 25$

(4) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n$

2. 次の計算をせよ. (S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20$

(2) $3 + 6 + 9 + 12 + \cdots + 57$

(3) $4 + 9 + 14 + 19 + \cdots + 74$

(4) $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n$

反射テスト 数列 等差数列の和 基礎 01 解答解説

1. 次の計算をせよ. (S 級 35 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

★ 初項 a_1 , 公差 d の数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = a_1 + d(n-1)$

★ 等差数列の和

初項 a_1 , 公差 d の数列 $\{a_n\}$ の第 n 項までの和を S_n とおくと, (つまり $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$)

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

☆ 台形の面積のイメージ $\frac{\text{初項 (最初の項) と末項 (最後の項) の和} \times \text{等差数列の個数}}{2}$

(1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10$

★ 項は等差数列

初項 1, 末項 10, 項数 10

$$\text{与式} = \frac{(1 + 10) \times 10}{2}$$

$$= 55$$

(2) $3 + 6 + 9 + 12 + \cdots + 42$

★ 項は等差数列

3 の倍数だから,

$$42 \div 3 = 14 \text{ 項ある}$$

初項 3, 末項 42, 項数 14

$$\text{与式} = \frac{(3 + 42) \times 14}{2}$$

$$= 45 \times 7$$

$$= 315$$

(3) $3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 25$

★ 項は等差数列

初項 3, 公差 2

$$a_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1 \quad \cdots \text{一般項}$$

よって,

$$a_n = 25 \Leftrightarrow 2n + 1 = 25 \Leftrightarrow n = 12$$

初項 3, 末項 25, 項数 12

$$\text{与式} = \frac{(3 + 25) \times 12}{2}$$

$$= 168$$

(4) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n$

★ 項は等差数列

初項 1, 末項 n , 項数 n

$$\text{与式} = \frac{(1 + n)n}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

☆ 確かめ $n = 1$ を代入してみる.

2. 次の計算をせよ。(S級40秒, A級1分10秒, B級2分, C級3分)

(1) $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20$

★項は等差数列

初項 1, 末項 20, 項数 20

$$\text{与式} = \frac{(1 + 20) \times 20}{2}$$

$$= 210$$

(2) $3 + 6 + 9 + 12 + \cdots + 57$

★項は等差数列

3の倍数だから,

$$57 \div 3 = 19 \text{ 項ある}$$

初項 3, 末項 57, 項数 19

$$\text{与式} = \frac{(3 + 57) \times 19}{2}$$

$$= 570$$

(3) $4 + 9 + 14 + 19 + \cdots + 74$

★項は等差数列

初項 4, 公差 5

$$a_n = 4 + 5(n - 1) = 5n - 1 \quad \cdots \text{一般項}$$

よって,

$$a_n = 74 \Leftrightarrow 5n - 1 = 74 \Leftrightarrow n = 15$$

初項 4, 末項 74, 項数 15

$$\text{与式} = \frac{(4 + 74) \times 15}{2}$$

$$= 39 \times 15$$

$$= 585$$

(4) $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n$

★項は等差数列

初項 2, 末項 $2n$, 項数 n

$$\text{与式} = \frac{(2 + 2n)n}{2}$$

$$= n(n + 1) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

☆確かめ $n = 1$ を代入してみる.