

反射テスト 指数 方程式 01

1. 次の方程式を解け。(S級 45 秒, A級 1 分 10 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 30 秒)

(1) $8^x = 32$

(2) $27^x = \frac{1}{81}$

(3) $4^x = \frac{8}{2^x}$

(4) $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$

2. 次の方程式を解け。(S級 45 秒, A級 1 分 10 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 30 秒)

(1) $125^x = 25$

(2) $81^x = \frac{1}{9}$

(3) $8^x = \frac{64}{2^x}$

(4) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

反射テスト 指数 方程式 01 解答解説

1. 次の方程式を解け。(S級45秒, A級1分10秒, B級1分40秒, C級2分30秒)

★ 指数方程式 キーポイントは文字の置換.

$a > 0$ かつ $a \neq 1$ のとき,

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y \quad (a \text{ を底として両辺の対数をとることと同値})$$

$$(1) \quad 8^x = 32$$

$$\Leftrightarrow 2^{3x} = 2^5$$

$$\Leftrightarrow 3x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$(2) \quad 27^x = \frac{1}{81}$$

$$\Leftrightarrow 3^{3x} = 3^{-4}$$

$$\Leftrightarrow 3x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$$

$$(3) \quad 4^x = \frac{8}{2^x}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} = 2^{3-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3 - x$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$(4) \quad 4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$$

$X = 2^x$ とすると, $X > 0$ となって,

与方程式 $\Leftrightarrow 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow X^2 - 2X + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow X = 1$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 1$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2^0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

2. 次の方程式を解け。(S級 45 秒, A級 1 分 10 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 30 秒)

(1) $125^x = 25$

$$\Leftrightarrow 5^{3x} = 5^2$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

(2) $81^x = \frac{1}{9}$

$$\Leftrightarrow 3^{4x} = 3^{-2}$$

$$\Leftrightarrow 4x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

☆ $9^{2x} = 9^{-1}$ としてもよい.

(3) $8^x = \frac{64}{2^x}$

$$\Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{6-x}$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6 - x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

(4) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

$X = 2^x$ とすると, $X > 0$ となって,

与方程式 $\Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow X^2 - 5X + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (X - 1)(X - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow X = 1 \text{ 又は } X = 4$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 1 \text{ 又は } 2^x = 4$$

$$\Leftrightarrow 2^x = 2^0 \text{ 又は } 2^x = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ 又は } x = 2$$