

## 反射テスト 指数関数 置き換え 01

1.  $t = 2^x$  とするとき,  $y$  を  $t$  の式で表し,  $y$  の変域も求めよ. (  $S$  級 1 分,  $A$  級 2 分,  $B$  級 3 分,  $C$  級 5 分 )

(1)  $y = 3 \cdot 2^x$

(2)  $y = 3 - 2^{x+3}$

(3)  $y = 4^x - 2^{x+1}$

2.  $t = 3^x$  とするとき,  $y$  を  $t$  の式で表し,  $y$  の変域も求めよ. (  $S$  級 1 分,  $A$  級 2 分,  $B$  級 3 分,  $C$  級 5 分 )

(1)  $y = 5 \cdot 3^x - 4$

(2)  $y = 3^{x-1} - 3^x$

(3)  $y = 9^x + 3^{x+2} + 1$

## 反射テスト 指数関数 置き換え 01 解答解説

1.  $t = 2^x$  とするとき,  $y$  を  $t$  の式で表し,  $y$  の変域も求めよ. (  $S$  級 1 分,  $A$  級 2 分,  $B$  級 3 分,  $C$  級 5 分 )

### ★ 指数関数の置き換え

計算式でも方程式でも  $t = a^x$  と **置き換えて考える** と簡便になることは多い. 重要テクニックである.  
その際, 定義域が  $t > 0$  となることに注意しよう.

(1)  $y = 3 \cdot 2^x$

$$t = 2^x > 0 \text{ より, } t > 0 \\ \therefore y = 3t \quad (t > 0)$$

このとき,  $y > 0$

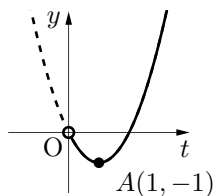
(2)  $y = 3 - 2^{x+3}$

$$t = 2^x > 0 \text{ より, } t > 0 \\ 2^{x+3} = 2^x \cdot 2^3 = 8 \cdot 2^x \text{ であるから,} \\ y = 3 - 8t \quad (t > 0)$$

このとき,  $y < 3$

(3)  $y = 4^x - 2^{x+1}$

$$t = 2^x > 0 \text{ より, } t > 0 \\ 4^x = 2^{2x} = (2^x)^2 = t^2 \text{ であるから,} \\ y = t^2 - 2t \quad (t > 0)$$



2 次関数の値域を調べる.  
点  $A$  が最小値  
 $\Rightarrow t = 1$  の時, 最小値  $-1$

$$\therefore y \geq -1$$

☆グラフを描こう.

2.  $t = 3^x$  とするとき,  $y$  を  $t$  の式で表し,  $y$  の変域も求めよ. (  $S$  級 1 分,  $A$  級 2 分,  $B$  級 3 分,  $C$  級 5 分 )

(1)  $y = 5 \cdot 3^x - 4$

$$t = 3^x > 0 \text{ より, } t > 0$$

$$\therefore y = 5t - 4 \quad (t > 0)$$

$$\text{このとき, } y > -4$$

(2)  $y = 3^{x-1} - 3^x$

$$t = 3^x > 0 \text{ より, } t > 0$$

$$3^{x-1} = 3^x \cdot 3^{-1} = \frac{1}{3} \cdot 3^x \text{ であるから,}$$

$$y = \frac{1}{3} \cdot 3^x - 1 \cdot 3^x = -\frac{2}{3} \cdot 3^x$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}t \quad (t > 0)$$

$$\text{このとき, } y < 0$$

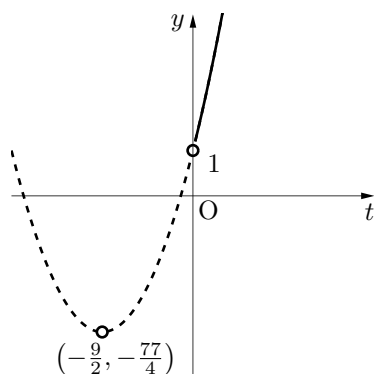
(3)  $y = 9^x + 3^{x+2} + 1$

$$t = 3^x > 0 \text{ より, } t > 0$$

$$9^x = 3^{2x} = (3^x)^2 = t^2$$

$$3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 = 9t$$

$$\therefore y = t^2 + 9t + 1 \quad (t > 0)$$



2 次関数の値域を調べる.

平方完成して,

$$y = \left(t + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{77}{4}$$

$$t > 0 \text{ より } y > 1$$