反射テスト　積分　定積分　奇関数・偶関数の定積分　01

1.　次の計算をせよ.（ S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

(1)　$\displaystyle\int_{-2}^{2} x\,dx$

(2)　$\displaystyle\int_{-3}^{3} x^2\,dx$

(3)　$\displaystyle\int_{-1}^{1} \left(3x^4+2x^3-6x\right)dx$

(4)　$\displaystyle\int_{-4}^{6} x(x+1)(x-1)\,dx$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の計算をせよ.（ S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

(1) $\displaystyle\int_{-5}^{5} x^3\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{-6}^{6} (x^2+3)\,dx$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \left(3x^5+2x^3-6\right)dx$

(4) $\displaystyle\int_{-4}^{2} x(x+1)(x-1)\,dx$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

反射テスト　積分　定積分　奇関数・偶関数の定積分　01　解答解説

1.　次の計算をせよ.（ S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

★ 奇関数 $f(x)$ の積分　（ 奇関数とは, 原点に関して対称な関数のこと ～ x^1 のイメージ ）

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0 \quad （ただし\ a \geqq 0）$$

★ 偶関数 $g(x)$ の積分　（ 偶関数とは, y 軸に関して対称な関数のこと ～ x^2 のイメージ ）

$$\int_{-a}^{a} g(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} g(x)\,dx \quad （ただし\ a \geqq 0）$$

(1)　$\displaystyle\int_{-2}^{2} x\,dx$

$= \mathbf{0}$　**…答え**

☆ x は奇関数

(2)　$\displaystyle\int_{-3}^{3} x^2\,dx$

$= 2\displaystyle\int_{0}^{3} x^2\,dx$

$= 2\left[\dfrac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \dfrac{2}{3}\left[x^3\right]_0^3$

$= \dfrac{2}{3}(3^3 - 0^3)$

$= \mathbf{18}$　**…答え**

☆ x^2 は偶関数

(3)　$\displaystyle\int_{-1}^{1} (3x^4 + 2x^3 - 6x)\,dx$

$= 3\displaystyle\int_{-1}^{1} x^4\,dx + 2\int_{-1}^{1} x^3\,dx - 6\int_{-1}^{1} x\,dx$

$= 2 \cdot 3\displaystyle\int_{0}^{1} x^4\,dx$　←☆

$= 6\left[\dfrac{1}{5}x^5\right]_0^1$

$= \mathbf{\dfrac{6}{5}}$　**…答え**

☆ $2x^3$, $-6x$ は奇関数

(4)　$\displaystyle\int_{-4}^{6} x(x+1)(x-1)\,dx$

$= \displaystyle\int_{-4}^{6} (x^3 - x)\,dx$　←奇関数

$= \displaystyle\int_{-4}^{4} (x^3 - x)\,dx + \int_{4}^{6} (x^3 - x)\,dx$

$= 0 + \left[\dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{1}{2}x^2\right]_4^6$

$= \left(\dfrac{1}{4}6^4 - \dfrac{1}{2}6^2\right) - \left(\dfrac{1}{4}4^4 - \dfrac{1}{2}4^2\right)$

$= (324 - 18) - (64 - 8)$

$= 306 - 56$

$= \mathbf{250}$　**…答え**

☆とても計算が楽になるから必ず使えるようにすること.

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の計算をせよ.（ S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

(1) $\displaystyle\int_{-5}^{5} x^3\,dx$

$= \mathbf{0}$ **…答え**

☆ x^3 は奇関数

(2) $\displaystyle\int_{-6}^{6} (x^2+3)\,dx$

$\displaystyle= 2\int_{0}^{6} (x^2+3)\,dx$

$\displaystyle= 2\left[\frac{1}{3}x^3+3x\right]_0^6$

$\displaystyle= 2\left[\frac{1}{3}x^3+3x\right]_0^6$

$\displaystyle= 2\left(\frac{1}{3}\cdot 6^3+3\cdot 6\right)$

$= 2(72+18)$

$= \mathbf{180}$ **…答え**

☆ x^2+3 は偶関数

(3) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \left(3x^5+2x^3-6\right)dx$

$\displaystyle= 3\int_{-1}^{1} x^5\,dx + 2\int_{-1}^{1} x^3\,dx - 6\int_{-1}^{1} 1\,dx$

$\displaystyle= 2\cdot(-6)\int_{0}^{1} 1\,dx$ ←☆

$= -12\,[x]_0^1$

$= \mathbf{-12}$ **…答え**

☆ x^5, x^3 は奇関数

(4) $\displaystyle\int_{-4}^{2} x(x+1)(x-1)\,dx$

$\displaystyle= \int_{-4}^{2} (x^3-x)\,dx$ ←奇関数

$\displaystyle= \int_{-4}^{-2} (x^3-x)\,dx + \int_{-2}^{2} (x^3-x)\,dx$

$\displaystyle= \left[\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2\right]_{-4}^{-2} + 0$

$\displaystyle= \left\{\frac{1}{4}(-2)^4-\frac{1}{2}(-2)^2\right\} - \left\{\frac{1}{4}(-4)^4-\frac{1}{2}(-4)^2\right\}$

$= (4-2)-(64-8)$

$= 2-56$

$= \mathbf{-54}$ **…答え**

☆とても計算が楽になるから必ず使えるようにすること.

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）