

反射テスト 積分 定積分導入 奇関数と偶関数 01

1. $y = f(x)$ が原点に関して点対称なとき $f(x)$ を奇関数, y 軸に関して線対称なとき偶関数という. 次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらもでない場合は③を書け. (S 級 20 秒, A 級 30 秒, B 級 45 秒, C 級 1 分)

(1) $f(x) = 1$

(2) $f(x) = x$

(3) $f(x) = x^2$

(4) $f(x) = x^3$

(5) $f(x) = \frac{1}{x}$

(6) $f(x) = \sin x$

(7) $f(x) = \cos x$

(8) $f(x) = \log_2 x$

(9) $f(x) = 2^x$

2. 自然数 n に対して $f_n(x)$ は奇関数, $g_n(x)$ は偶関数とする. 次の関数が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらもでない場合は③を書け. ただし $f_n(x) \neq 0$, $g_n(x) \neq 0$ とする. (S 級 25 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 20 秒)

(1) $-f_1(x)$

(2) $2g_1(x)$

(3) $f_1(x) + g_1(x)$

(4) $f_1(x) + f_2(x)$

(5) $g_1(x) \cdot g_2(x)$

(6) $f_1(x) \cdot g_1(x)$

3. $y = f(x)$ が原点に関して点対称なとき $f(x)$ を奇関数, y 軸に関して線対称なとき偶関数という. 次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. (S 級 20 秒, A 級 30 秒, B 級 45 秒, C 級 1 分)

(1) $f(x) = -1$

(2) $f(x) = -x$

(3) $f(x) = x^4$

(4) $f(x) = x^7$

(5) $f(x) = x^2 + 3$

(6) $f(x) = \tan x$

(7) $f(x) = 4^x$

(8) $f(x) = \log_3 |x|$

(9) $f(x) = x^3 \sin x$

4. 自然数 n に対して $f_n(x)$ は奇関数, $g_n(x)$ は偶関数とする. 次の関数が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. ただし $f_n(x) \neq 0$, $g_n(x) \neq 0$ とする. (S 級 30 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 10 秒, C 級 1 分 30 秒)

(1) $3f_1(x)$

(2) $-g_1(x)$

(3) $f_1(x) + 1$

(4) $g_1(x) + g_2(x)$

(5) $|f_1(x)|$

(6) $f_1(x) \cdot f_2(x)$

反射テスト 積分 定積分導入 奇関数と偶関数 01 解答解説

1. $y = f(x)$ が原点に関して点対称なとき $f(x)$ を奇関数, y 軸に関して線対称なとき偶関数という. 次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. (S 級 20 秒, A 級 30 秒, B 級 45 秒, C 級 1 分)

★ グラフをイメージする.

(1) $f(x) = 1$

②

(2) $f(x) = x$

①

(3) $f(x) = x^2$

②

(4) $f(x) = x^3$

①

(5) $f(x) = \frac{1}{x}$

①

(6) $f(x) = \sin x$

①

(7) $f(x) = \cos x$

②

(8) $f(x) = \log_2 x$

③

(9) $f(x) = 2^x$

③

2. 自然数 n に対して $f_n(x)$ は奇関数, $g_n(x)$ は偶関数とする. 次の関数が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. ただし $f_n(x) \neq 0$, $g_n(x) \neq 0$ とする. (S 級 25 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 20 秒)

★奇関数 (原点で対称な関数) $f(x) = x^1$ をイメージする. 定義: あらゆる x に対して $f(x) = -f(-x)$

★偶関数 (y 軸で対称な関数) $g(x) = x^2$ をイメージする. 定義: あらゆる x に対して $f(x) = f(-x)$

☆ $y = 0$ は奇関数でもあり, 偶関数でもある. これを含めると特定できないので, ここでは除いた.

☆以下は定義を用いて証明できる. 是非チャレンジしてほしい.

(1) $-f_1(x)$

☆イメージで計算する.

$$-1 \cdot x = -x \Rightarrow \text{奇関数①}$$

(2) $2g_1(x)$

☆イメージで計算する.

$$2 \cdot x^2 = 2x^2 \Rightarrow \text{偶関数②}$$

(3) $f_1(x) + g_1(x)$

☆イメージで計算する.

$$x + x^2 \Rightarrow \text{どちらでもない③}$$

(4) $f_1(x) + f_2(x)$

☆イメージで計算する.

$$x + x = 2x \Rightarrow \text{奇関数①}$$

(5) $g_1(x) \cdot g_2(x)$

☆イメージで計算する.

$$x^2 \cdot x^2 = x^4 \Rightarrow \text{偶関数②}$$

(6) $f_1(x) \cdot g_1(x)$

☆イメージで計算する.

$$x \cdot x^2 = x^3 \Rightarrow \text{奇関数①}$$

3. $y = f(x)$ が原点に関して点対称なとき $f(x)$ を奇関数, y 軸に関して線対称なとき偶関数という. 次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. (S 級 20 秒, A 級 30 秒, B 級 45 秒, C 級 1 分)

(1) $f(x) = -1$

②

(2) $f(x) = -x$

①

(3) $f(x) = x^4$

②

(4) $f(x) = x^7$

①

(5) $f(x) = x^2 + 3$

偶関数 + 偶関数
②

(6) $f(x) = \tan x$

①

(7) $f(x) = 4^x$

③

(8) $f(x) = \log_3 |x|$

②

(9) $f(x) = x^3 \sin x$

奇関数・奇関数 = 偶関数
②

4. 自然数 n に対して $f_n(x)$ は奇関数, $g_n(x)$ は偶関数とする. 次の関数が奇関数ならば①, 偶関数ならば②, どちらでもない場合は③を書け. ただし $f_n(x) \neq 0$, $g_n(x) \neq 0$ とする. (S 級 30 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分 10 秒, C 級 1 分 30 秒)

(1) $3f_1(x)$

☆イメージで計算する.
 $3 \cdot x = 3x \Rightarrow$ 奇関数①

(2) $-g_1(x)$

$-1 \cdot x^2 = -x^2 \Rightarrow$ 偶関数②

(3) $f_1(x) + 1$

$x + 1 \Rightarrow$ どちらでもない③

(4) $g_1(x) + g_2(x)$

$x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow$ 偶関数②

(5) $|f_1(x)|$

$|x| \Rightarrow$ 偶関数②

(6) $f_1(x) \cdot f_2(x)$

☆イメージで計算する.
 $x \cdot x = x^2 \Rightarrow$ 偶関数②

☆注意
奇数 $\times$ 奇数 = 奇数 であるが,
奇関数 $\times$ 奇関数 = 偶関数 である.