

反射テスト 積分 微分の逆算と積分 01

1. 次の式を x について微分せよ. (S 級 15 秒, A 級 25 秒, B 級 40 秒, C 級 1 分)

(1) 1

(2) -2

(3) 0

(4) C (C は定数)

(5) x

(6) $\frac{1}{2}x^2$

(7) $\frac{1}{3}x^3$

(8) $\frac{1}{4}x^4$

(9) $\frac{1}{n+1}x^{n+1}$ (n は自然数)

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 35 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 30 秒)

(1) $\int 0 \, dx$

(2) $\int 1 \, dx$

(3) $\int x \, dx$

(4) $\int x^2 \, dx$

(5) $\int (x^4 + 4) \, dx$

(6) $\int (3x^5 - 2x^3 + 6x) \, dx$

反射テスト 積分 微分の逆算と積分 01 解答解説

1. 次の式を x について微分せよ. (S 級 15 秒, A 級 25 秒, B 級 40 秒, C 級 1 分)

★ 積分は微分の逆算

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

与式の $\int$ は $f(x)$ を x について積分することを表す記号で, インテグラルと読む. **積分したものを微分すると必ず元に戻る.**

☆しかし, 微分したものを積分して元に戻るとは限らない.

一般に $\int f(x) dx = F(x) + C$ と書けるとき, $F(x)$ を $f(x)$ の **原始関数**, C を **積分定数** という.

積分定数 C は x についての定数を表す. この C はもう 1 つに条件がないと 1 つに決定できないため, 微分してから積分しても必ず元に戻るとは限らない.

(1) 1

$(1)' = 0$ …答え

(2) -2

$(-2)' = 0$ …答え

(3) 0

$(0)' = 0$ …答え

(4) C (C は定数)

$(C)' = 0$ …答え

(5) x

$(x)' = 1$ …答え

(6) $\frac{1}{2}x^2$

$(\text{与式})' = \frac{1}{2} \cdot 2x$
 $= x$ …答え

★ $\int 0 dx = C$

(ただし C は積分定数)

☆定数は微分して 0 になるから, 0 の積分は定数である. 1(1)~(4) までの結果から, 積分が無から有を創るようなイメージを持ってほしい.

★ $\int 1 dx = x + C$

(ただし C は積分定数)

★ $\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
(ただし C は積分定数)

(7) $\frac{1}{3}x^3$

$(\text{与式})' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2$
 $= x^2$ …答え

★ $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
(ただし C は積分定数)

(8) $\frac{1}{4}x^4$

$(\text{与式})' = \frac{1}{4} \cdot 4x^3$
 $= x^3$ …答え

★ $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$
(ただし C は積分定数)

(9) $\frac{1}{n+1}x^{n+1}$ (n は自然数)

$(\text{与式})' = \frac{1}{n+1} \cdot (n+1)x^n$
 $= x^n$ …答え

★ $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$
(ただし C は積分定数)

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 35 秒, A 級 45 秒, B 級 1 分, C 級 1 分 30 秒)

★ 整式の不定積分 $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ (ただし C は積分定数)

☆積分したら, 微分して元に戻るか確かめる癖をつけよう.

(1) $\int 0 dx$

$= C$ …答え

☆積分定数を忘れないこと.

☆微分して確かめる癖をつけること.

(2) $\int 1 dx$

$= x + C$ …答え

☆積分定数を忘れないこと.

(3) $\int x dx$

$= \frac{1}{2} x^2 + C$ …答え

(4) $\int x^2 dx$

$= \frac{1}{3} x^3 + C$ …答え

(5) $\int (x^4 + 4) dx$

$= \frac{1}{5} x^5 + 4x + C$ …答え

(6) $\int (3x^5 - 2x^3 + 6x) dx$

$= \frac{3}{6} x^6 - \frac{2}{4} x^4 + \frac{6}{2} x^2 + C$
 $= \frac{1}{2} x^6 - \frac{1}{2} x^4 + 3x^2 + C$ …答え