

反射テスト 整式 因数定理の応用 01

1. 次の問に答えよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

- (1) $f(1) = -2$, $f(3) = 4$ のとき,
 $f(x)$ を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りを求めよ.

- (2) $f(-1) = -2$, $f(0) = 1$, $f(1) = 4$ のとき,
 $f(x)$ を $x^3 - x$ で割ったときの余りを求めよ.

2. 次の間に答えよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

- (1) $f(1) = 5$, $f(-3) = 1$ のとき,
 $f(x)$ を $x^2 + 2x - 3$ で割ったときの余りを求めよ.

- (2) $f(-1) = 2$, $f(0) = 1$, $f(2) = 5$ のとき,
 $f(x)$ を $x^3 - x^2 - 2x$ で割ったときの余りを求めよ.

反射テスト 整式 因数定理の応用 01 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級2分, A級3分, B級4分30秒, C級6分)

★ 因数定理

x の整式 $f(x)$ を 1 次式 $x - a$ で割ったときの余りは, $f(a)$ である.

⇔ $f(x) = (x - a)g(x) + f(a)$ と表せる (ただし $g(x)$ は x の整式)

★ 整式の商と余り

整式 $P(x)$ を $Q(x)$ で割ったときの商を $A(x)$, 余りを $B(x)$ とすると,

$$P(x) = Q(x) \times A(x) + B(x)$$

と表せる. このとき $B(x)$ の次数は, $Q(x)$ の次数 **未満** となる.

- (1) $f(1) = -2$, $f(3) = 4$ のとき,
 $f(x)$ を $x^2 - 4x + 3$ で割ったときの余りを求めよ.

$x^2 - 4x + 3$ が 2 次式であるから, 余りの式の次数は 1 以下である.

余りを $ax + b$ とおけるので,

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)P(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 3)P(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

$$f(3) = 4 \Rightarrow 3a + b = 4$$

$$\therefore a = 3, b = -5$$

よって余りは, $3x - 5$

- (2) $f(-1) = -2$, $f(0) = 1$, $f(1) = 4$ のとき,
 $f(x)$ を $x^3 - x$ で割ったときの余りを求めよ.

$x^3 - x$ が 3 次式であるから, 余りの式の次数は 2 以下である.

余りを $ax^2 + bx + c$ とおけるので,

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^3 - x)P(x) + ax^2 + bx + c \\ &= x(x + 1)(x - 1)P(x) + ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

$$f(-1) = -2 \Rightarrow a - b + c = -2$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(1) = 4 \Rightarrow a + b + c = 4$$

$$\therefore a = 0, b = 3, c = 1$$

よって余りは, $3x + 1$

2. 次の間に答えよ。(S級2分, A級3分, B級4分30秒, C級6分)

- (1) $f(1) = 5$, $f(-3) = 1$ のとき,
 $f(x)$ を $x^2 + 2x - 3$ で割ったときの余りを求めよ.

$x^2 + 2x - 3$ が2次式であるから, 余りの式の次数は1以下である.
余りを $ax + b$ とおけるので,

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 2x - 3)P(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)P(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(-3) = 1 \Rightarrow -3a + b = 1$$

$$f(1) = 5 \Rightarrow a + b = 5$$

$$\therefore a = 1, b = 4$$

よって余りは, $x + 4$

- (2) $f(-1) = 2$, $f(0) = 1$, $f(2) = 5$ のとき,
 $f(x)$ を $x^3 - x^2 - 2x$ で割ったときの余りを求めよ.

$x^3 - x^2 - 2x$ が3次式であるから, 余りの式の次数は2以下である.
余りを $ax^2 + bx + c$ とおけるので,

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^3 - x^2 - 2x)P(x) + ax^2 + bx + c \\ &= x(x + 1)(x - 2)(x - 1)P(x) + ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

$$f(-1) = 2 \Rightarrow a - b + c = 2$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$f(2) = 5 \Rightarrow 4a + 2b + c = 5$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 1$$

よって余りは, $x^2 + 1$