反射テスト　整式　因数定理　有理係数の因数分解　01

1.　因数定理を用いて, 次の $f(x)$ を因数分解せよ. ただし係数は有理数の範囲内とする.

（ S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1)　$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

(2)　$f(x) = x^3 - 3x - 2$

(3)　$f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x + 12$

2. 因数定理を用いて，次の $f(x)$ を因数分解せよ．ただし係数は有理数の範囲内とする．

（ S 級 2 分 10 秒，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$

(2) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

(3) $f(x) = x^4 - 11x^2 + 18x - 8$

反射テスト　整式　因数定理　有理係数の因数分解　01　解答解説

1.　因数定理を用いて，次の $f(x)$ を因数分解せよ．ただし係数は有理数の範囲内とする．

（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 30 秒，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

★ 因数定理

x の整式 $f(x)$ に対して，$\boldsymbol{f(a)=0}$ **を満たす** $\boldsymbol{a}$ **が存在** する．

⇔　$\boldsymbol{f(x)}$ **は** $\boldsymbol{(x-a)}$ **で割り切れる．**

⇔　$f(x)=(x-a)\,g(x)$ と表せる　（ ただし $g(x)$ は x の整式 ）

★ 因数定理を用いての因数分解

①　$\boldsymbol{f(x)}$ **の** $\boldsymbol{x}$ **に適当な数を代入して，** $\boldsymbol{f(x)=0}$ **になるものを探す．根性が重要．**

②　見つかったらそれを a として，$\boldsymbol{f(x)}$ **を** $\boldsymbol{(x-a)}$ **で割る．**

(1)　$f(x)=x^3-2x^2+3x-2$

$f(\mathbf{1})=1^3-2\times1^2+3\times1-2=0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $(x-\mathbf{1})$ で割り切れる．

$$\begin{array}{r|rrrr}
1 & 1 & -2 & 3 & -2 \\
 & & 1 & -1 & 2 \\
\hline
 & 1 & -1 & 2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$f(x)=\boldsymbol{(x-1)(x^2-x+2)}$

(2)　$f(x)=x^3-3x-2$

$f(\mathbf{-1})=(-1)^3-3\times(-1)-2=0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $\{x-(\mathbf{-1})\}=(x+1)$ で割り切れる．

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & 0 & -3 & -2 \\
 & & -1 & 1 & 2 \\
\hline
 & 1 & -1 & -2 & \boxed{0}
\end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-x-2)$

$\quad=\boldsymbol{(x+1)^2(x-2)}$

(3)　$f(x)=x^4-2x^3-x^2-4x+12$

$f(\mathbf{2})=2^4-2\times2^3-2^2-4\times2+12=0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $(x-\mathbf{2})$ で割り切れる．

$$\begin{array}{r|rrrrr}
2 & 1 & -2 & -1 & -4 & 12 \\
 & & 2 & 0 & -2 & -12 \\
\hline
 & 1 & 0 & -1 & -6 & \boxed{0}
\end{array}$$

商の x^3-x-6 は $x=2$ を代入して 0 になるから，
もう 1 回 $(x-2)$ で割り切れる．

$$\begin{array}{r|rrrr}
2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\
 & & 2 & 4 & 6 \\
\hline
 & 1 & 2 & 3 & \boxed{0}
\end{array}$$

$f(x)=\boldsymbol{(x-2)^2(x^2+2x+3)}$

2. 因数定理を用いて，次の $f(x)$ を因数分解せよ．ただし係数は有理数の範囲内とする．

（ S 級 2 分 10 秒，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$

$f(\mathbf{3}) = 3^3 + 3 \times 3^2 + 2 \times 3 - 6 = 0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $(x - \mathbf{3})$ で割り切れる．

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -3 & 2 & -6 \\ & & 1 & -2 & 0 \\ \hline & 1 & -2 & 0 & \boxed{-6} \end{array}$$

$f(x) = \boldsymbol{(x-3)(x^2+2)}$

(2) $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$f(\mathbf{-1}) = (-1)^3 + 6 \times (-1)^2 + 11 \times (-1) + 6 = 0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $\{x - (\mathbf{-1})\} = (x+1)$ で割り切れる．

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & 6 & 11 & 6 \\ & & -1 & -5 & -6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = (x+1)(x^2+5x+6)$

$\quad = \boldsymbol{(x+1)(x+2)(x+3)}$

(3) $f(x) = x^4 - 11x^2 + 18x - 8$

$f(\mathbf{1}) = 1^4 - 11 \times 1^3 + 18 \times 1 - 8 = 0$

★ 因数定理 から，$f(x)$ は $(x - \mathbf{1})$ で割り切れる．

$$\begin{array}{c|ccccc} 1 & 1 & 0 & -11 & 18 & -8 \\ & & 1 & 1 & -10 & 8 \\ \hline & 1 & 1 & -10 & 8 & \boxed{0} \end{array}$$

商の $x^3 + x^2 - 10x + 8$ は $x = 1$ を代入して 0 になるから，
もう 1 回 $(x-1)$ で割り切れる．

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 1 & -10 & 8 \\ & & 1 & 2 & -8 \\ \hline & 1 & 2 & -8 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x) = (x-1)^2(x^2+2x-8)$

$\quad = \boldsymbol{(x-1)^2(x-2)(x+4)}$