反射テスト　整式　因数定理により余りを導く　02

1.　余りを求めよ．ただし展開できるものはせよ．(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1)　$f(x)=x^3+x^2$ を $x-\dfrac{1}{2}$ で割る．

(2)　$f(x)=x^3+x^2$ を $2x-1$ で割る．

(3)　$f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ を $3x+2$ で割る．

(4)　$f(x)=x^3+a^2x$ を $ax-a^2+2a$ で割る．
ただし $a\neq 0$

ⓒ 数学・算数を楽しむために (http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html)

2. 余りを求めよ. ただし展開できるものはせよ.（ S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

(1) $f(x) = x^3 + 2x$ を $x - \frac{1}{3}$ で割る.

(2) $f(x) = x^4 - x^3$ を $3x + 2$ で割る.

(3) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$ を $4x - 2$ で割る.

(4) $f(x) = x^3 - 3ax$ を $ax + a^2 + a$ で割る.
ただし $a \neq 0$

© 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

反射テスト　整式　因数定理により余りを導く　02　解答解説

1.　余りを求めよ．ただし展開できるものはせよ．(S 級 1 分 50 秒，A 級 2 分 40 秒，B 級 4 分，C 級 6 分)

★ 因数定理と余り

①　x の整式 $f(x)$ を，1 次式 $x-a$ で割ったときの余りは，$f(a)$ である．

②　x の整式 $f(x)$ を，1 次式 $k(x-a)$ で割ったときの余りは，$f(a)$ である．($k \neq 0$)

② の証明

$k(x-a)=0 \Leftrightarrow x=a$ より，$f(x)$ は $(x-a)$ で割ると余り $f(a)$

つまり，$f(x)=(x-a)g(x)+f(a)$ とおける．変形すると，$f(x)=k(x-a)\cdot\dfrac{g(x)}{k}+f(a)$

☆まとめ

整式 $f(x)$ を 1 次式 $k(x-a)$ で割ったとき，

$$\begin{cases} \text{商は} \quad x-a \text{ で割ったときの商の } \dfrac{1}{k} \text{ 倍になる．} \\ \textbf{余りは} \quad \boldsymbol{x-a} \textbf{ で割ったときと等しい．} \end{cases}$$

(1)　$f(x)=x^3+x^2$ を $x-\dfrac{1}{2}$ で割る．

因数定理より，

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$$
$$=\boldsymbol{\frac{3}{8}}$$

☆ちなみに商は　$x^2-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{3}{4}$

(2)　$f(x)=x^3+x^2$ を $2x-1$ で割る．

$$2x-1=2\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

よって因数定理より，

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$$
$$=\boldsymbol{\frac{3}{8}}$$

☆ちなみに商は　$\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{8}$

(1) の $\dfrac{1}{2}$ 倍になっていることに留意．

(3)　$f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ を $3x+2$ で割る．

$$3x+2=3\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

$f(x)=(x-1)^3$ から，因数定理より，

$$f\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{2}{3}-1\right)^3$$
$$=-\boldsymbol{\frac{125}{27}}$$

(4)　$f(x)=x^3+a^2x$ を $ax-a^2+2a$ で割る．
ただし $a \neq 0$

$$ax-a^2+2a=a\{x-(a-2)\}$$

よって因数定理より，

$$f(a-2)=(a-2)^3+a^2\times(a-2)$$
$$=a^3-6a^2+12a-8+a^3-2a^2$$
$$=\boldsymbol{2a^3-8a^2+12a-8}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために (http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html)

2. 余りを求めよ．ただし展開できるものはせよ．(S 級 1 分 50 秒，A 級 2 分 40 秒，B 級 4 分，C 級 6 分)

(1) $f(x)=x^3+2x$ を $x-\dfrac{1}{3}$ で割る．

因数定理より，

$$f\left(\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^3+2\left(\frac{1}{3}\right)$$
$$=\frac{1}{27}+\frac{2}{3}$$
$$=\boldsymbol{\frac{19}{27}}$$

(2) $f(x)=x^4-x^3$ を $3x+2$ で割る．

$$3x+2=3\left(x+\frac{2}{3}\right)$$

よって因数定理より，

$$f\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)^4-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$$
$$=\frac{16}{81}+\frac{8}{27}$$
$$=\boldsymbol{\frac{40}{81}}$$

(3) $f(x)=x^3+3x^2+3x$ を $4x-2$ で割る．

$$4x-2=4\left(x-\frac{1}{2}\right)$$

$f(x)=(x+1)^3-1$ から，因数定理より，

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}+1\right)^3-1$$
$$=\frac{27}{8}-\frac{8}{8}$$
$$=\boldsymbol{\frac{19}{8}}$$

(4) $f(x)=x^3-3ax$ を $ax+a^2+a$ で割る．
ただし $a\neq 0$

$$ax+a^2+a=a\{x+(a+1)\}$$

よって因数定理より，

$$f(-a-1)=(-a-1)^3-3a\times(-a-1)$$
$$=-(a+1)^3+3a^2+3a$$
$$=-(a^3+3a^2+3a+1)+3a^2+3a$$
$$=\boldsymbol{-a^3-1}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）