

反射テスト 整式 因数定理により余りを導く 01

1. 余りを求めよ. ただし (4) は展開せよ. (*S* 級 1 分 40 秒, *A* 級 2 分 30 秒, *B* 級 3 分 40 秒, *C* 級 5 分)

(1) $f(x) = x^3 - x^2 + 5x + 9$ を $x - 2$ で割る.

(2) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ を $x + 1$ で割る.

(3) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ を $x - 8$ で割る.

(4) $f(x) = x^4$ を $x + 3a - 1$ で割る.

2. 余りを求めよ. ただし (4) は展開せよ. (S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分)

(1) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 12$ を $x - 3$ で割る.

(2) $f(x) = x^5 - x^3 + x$ を $x + 1$ で割る.

(3) $f(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ を $x - 6$ で割る.

(4) $f(x) = x^4$ を $x + a^2 - 1$ で割る.

反射テスト 整式 因数定理により余りを導く 01 解答解説

1. 余りを求めよ. ただし (4) は展開せよ. (*S* 級 1 分 40 秒, *A* 級 2 分 30 秒, *B* 級 3 分 40 秒, *C* 級 5 分)

★ 因数定理と余り

x の整式 $f(x)$ を, 1 次式 $x - a$ で割ったときの **余り**は, $f(a)$ である.

(1) $f(x) = x^3 - x^2 + 5x + 9$ を $x - 2$ で割る.

(2) $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ を $x + 1$ で割る.

$$f(2) = 2^3 - 2^2 + 5 \times 2 + 9$$

$$= 8 - 4 + 10 + 9$$

$$= \mathbf{23}$$

$$f(-1) = (-1)^4 - (-1)^2 + 1$$

$$= 1 - 1 + 1$$

$$= \mathbf{1}$$

(3) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ を $x - 8$ で割る.

(4) $f(x) = x^4$ を $x + 3a - 1$ で割る.

$$f(x) = (x + 1)^3 \text{ より,}$$

$$f(8) = (8 + 1)^3$$

$$= 9^3$$

$$= \mathbf{729}$$

$$x + 3a - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -3a + 1$$

よって因数定理より,

$$f(-3a + 1) = (-3a + 1)^4$$

$$= (3a - 1)^4$$

$$= \mathbf{81a^4 - 108a^3 + 54a^2 - 12a + 1}$$

☆最後は二項定理で

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

のイメージ.

2. 余りを求めよ. ただし (4) は展開せよ. (S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分)

(1) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 12$ を $x - 3$ で割る.

(2) $f(x) = x^5 - x^3 + x$ を $x + 1$ で割る.

$$f(3) = 3^3 - 2 \times 3^2 - 7 \times 3 + 12$$

$$= 27 - 18 - 21 + 12$$

$$= \mathbf{0}$$

$$f(-1) = (-1)^5 - (-1)^3 + x$$

$$= -1 + 1 - 1$$

$$= \mathbf{-1}$$

(3) $f(x) = 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$ を $x - 6$ で割る.

(4) $f(x) = x^4$ を $x + a^2 - 1$ で割る.

$$f(x) = (2x - 1)^3 \text{ より,}$$

$$f(6) = (2 \times 6 - 1)^3$$

$$= 11^3$$

$$= \mathbf{1331}$$

$$x + a^2 - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -a^2 + 1$$

$$\text{よって因数定理より,}$$

$$f(-a^2 + 1) = (-a^2 + 1)^4$$

$$= (a^2 - 1)^4$$

$$= \mathbf{a^8 - 4a^6 + 6a^4 - 4a^2 + 1}$$