

反射テスト 三角関数 方程式 01

1. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 次の方程式を解け. (S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\sin 2\theta - \cos \theta = 0$

(3) $\cos 2\theta = \cos \theta$

2. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 次の方程式を解け. (S 級 2 分, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

(1) $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\sin 2\theta - \sin \theta = 0$

(3) $\cos 2\theta = \sin \theta$

反射テスト 三角関数 方程式 01 解答解説

1. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式を解け。(S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

★ 三角方程式 範囲に注意.

$$(1) \quad \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} \leq \theta - \frac{\pi}{6} < \frac{11}{6}\pi \quad \cdots \textcircled{1}$$

①のとき,

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow \theta - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{5}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi$$

$$(2) \quad \sin 2\theta - \cos \theta = 0$$

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow 2\sin\theta\cos\theta - \cos\theta = 0 \quad \leftarrow \star \text{倍角公式}$$

$$\Leftrightarrow \cos\theta(2\sin\theta - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\theta = 0 \text{ 又は } \sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ のとき } \begin{cases} \cos\theta = 0 & \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi \\ \sin\theta = \frac{1}{2} & \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \end{cases}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$$

$$(3) \quad \cos 2\theta = \cos \theta$$

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow \cos 2\theta - \cos \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2\theta - 1 - \cos\theta = 0 \quad \leftarrow \star \text{倍角公式}$$

$$\Leftrightarrow (2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \text{ 又は } \cos\theta = 1$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ のとき } \begin{cases} \cos\theta = -\frac{1}{2} & \Leftrightarrow \theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \\ \cos\theta = 1 & \Leftrightarrow \theta = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \theta = 0, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$$

2. $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式を解け。(S 級 2 分, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} \leq \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi \quad \cdots \textcircled{1}$$

①のとき,

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow \theta + \frac{\pi}{3} = \frac{11}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{3}{2}\pi, \frac{11}{6}\pi$$

$$(2) \quad \sin 2\theta - \sin \theta = 0$$

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow 2\sin\theta\cos\theta - \sin\theta = 0 \quad \leftarrow \star \text{倍角公式}$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta(2\cos\theta - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta = 0 \text{ 又は } \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ のとき } \begin{cases} \sin\theta = 0 & \Leftrightarrow \theta = 0, \pi \\ \cos\theta = \frac{1}{2} & \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi \end{cases}$$

$$\therefore \theta = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$$

$$(3) \quad \cos 2\theta = \sin \theta$$

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow \cos^2\theta - \sin\theta = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\theta - \sin\theta = 0 \quad \leftarrow \star \text{倍角公式}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin\theta - 1)(\sin\theta + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \text{ 又は } \sin\theta = -1$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ のとき } \begin{cases} \sin\theta = \frac{1}{2} & \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \\ \sin\theta = -1 & \Leftrightarrow \theta = \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$$