

反射テスト 三角関数 式変形 02

1. 次の式を簡単にせよ. 例えば, $\sin A$ の A が多項式であれば展開して答えよ.

(S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

(1) $\sin(30^\circ + \alpha)$

(2) $\sin(180^\circ - \alpha) - \cos(90^\circ - \alpha)$

(3) $\frac{\sin 2\alpha}{\cos(90^\circ - \alpha)}$

(4) $\frac{\cos(\alpha + 45^\circ)}{\cos 2\alpha}$

2. 次の式を簡単にせよ. 例えば, $\sin A$ の A が多項式であれば展開して答えよ.

(S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 5 分 40 秒, C 級 7 分 30 秒)

(1) $\cos(60^\circ - \alpha)$

(2) $\cos(180^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha)$

(3) $\frac{\sin 3\alpha}{\cos(270^\circ + \alpha)}$

(4) $\frac{\sin(\alpha - 225^\circ)}{\cos 2\alpha}$

反射テスト 三角関数 式変形 02 解答解説

1. 次の式を簡単にせよ. 例えば, $\sin A$ の A が多項式であれば展開して答えよ.

(S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

$$(1) \quad \sin(30^\circ + \alpha)$$

$$= \sin 30^\circ \cos \alpha + \cos 30^\circ \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$$

$$(2) \quad \sin(180^\circ - \alpha) - \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$= \sin \alpha - \sin \alpha$$

$$= 0$$

$$(3) \quad \frac{\sin 2\alpha}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

$$= \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$= 2 \cos \alpha \quad (\text{ただし } \sin \alpha \neq 0)$$

$$= 2 \cos \alpha$$

$$(\text{ただし } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ に対して, } \alpha \neq 180^\circ n)$$

☆0 で約分はできない. その可能性を排除すべし.

$$(4) \quad \frac{\cos(\alpha + 45^\circ)}{\cos 2\alpha}$$

$$= \frac{\cos \alpha \cos 45^\circ - \sin \alpha \sin 45^\circ}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha} \quad (\text{ただし } \cos \alpha - \sin \alpha \neq 0)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

$$(\text{ただし } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ に対して, } \alpha \neq 180^\circ n + 45^\circ)$$

2. 次の式を簡単にせよ. 例えば, $\sin A$ の A が多項式であれば展開して答えよ.

(S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 5 分 40 秒, C 級 7 分 30 秒)

$$(1) \quad \cos(60^\circ - \alpha)$$

$$= \cos 60^\circ \cos \alpha + \sin 60^\circ \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha$$

$$(2) \quad \cos(180^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ - \alpha)$$

$$= -\cos \alpha + \cos \alpha$$

$$= 0$$

$$(3) \quad \frac{\sin 3\alpha}{\cos(270^\circ + \alpha)}$$

$$= \frac{3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha}{\cos 270^\circ \cos \alpha - \sin 270^\circ \sin \alpha}$$

$$= \frac{3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha}{\sin \alpha}$$

$$= 3 - 4 \sin^2 \alpha \quad (\text{ただし } \sin \alpha \neq 0)$$

$$= 3 - 4 \sin^2 \alpha$$

$$(\text{ただし } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ に対して, } \alpha \neq 180^\circ n)$$

$$(4) \quad \frac{\sin(\alpha - 225^\circ)}{\cos 2\alpha}$$

$$= \frac{\sin \alpha \cos 225^\circ - \cos \alpha \sin 225^\circ}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha} \quad (\text{ただし } \cos \alpha - \sin \alpha \neq 0)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)}$$

$$(\text{ただし } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ に対して, } \alpha \neq 180^\circ n + 45^\circ)$$