

反射テスト 三角関数 和積公式 03

1. 計算せよ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分 10 秒, C 級 6 分)

(1) $\cos 75^\circ + \cos 15^\circ$

(2) $\sin \frac{13}{12}\pi + \sin \frac{5}{12}\pi$

(3) $\cos \frac{5}{12}\pi - \cos \frac{\pi}{12}$

2. 計算せよ. (S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

(1) $\sin 75^\circ - \sin 15^\circ$

(2) $\sin \frac{7}{12}\pi + \sin \frac{23}{12}\pi$

(3) $\cos \frac{5}{12}\pi - \cos \frac{11}{12}\pi$

反射テスト 三角関数 和積公式 03 解答解説

1. 計算せよ。(S級1分30秒, A級2分40秒, B級4分10秒, C級6分)

★和差→積の公式

$$\begin{cases} \sin A + \sin B &= 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \sin A - \sin B &= 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \\ \cos A + \cos B &= 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \cos A - \cos B &= -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \end{cases}$$

☆証明などでよく使う.

☆問題1(2)のように方程式と相性がいい.

☆ $\sin$ と $\cos$ の和の形は, 三角関数の合成や, 倍角・3倍角など他の公式によって, 因数分解を考える.

$$(1) \quad \cos 75^\circ + \cos 15^\circ$$

$$= 2 \cos \frac{1}{2} (75^\circ + 15^\circ) \cos \frac{1}{2} (75^\circ - 15^\circ)$$

$$= 2 \cos 45^\circ \cos 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$(2) \quad \sin \frac{13}{12}\pi + \sin \frac{5}{12}\pi$$

$$= 2 \sin \frac{1}{2} \left(\frac{13}{12}\pi + \frac{5}{12}\pi \right) \cos \frac{1}{2} \left(\frac{13}{12}\pi - \frac{5}{12}\pi \right)$$

$$= 2 \sin \frac{3}{4}\pi \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(3) \quad \cos \frac{5}{12}\pi - \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= -2 \sin \frac{1}{2} \left(\frac{5}{12}\pi + \frac{\pi}{12} \right) \sin \frac{1}{2} \left(\frac{5}{12}\pi - \frac{\pi}{12} \right)$$

$$= -2 \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= -2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

2. 計算せよ。(S級1分50秒, A級3分, B級4分40秒, C級7分)

$$(1) \quad \sin 75^\circ - \sin 15^\circ$$

$$= 2 \cos \frac{1}{2} (75^\circ + 15^\circ) \sin \frac{1}{2} (75^\circ - 15^\circ)$$

$$= 2 \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad \sin \frac{7}{12} \pi + \sin \frac{23}{12} \pi$$

$$= 2 \sin \frac{1}{2} \left(\frac{7}{12} \pi + \frac{23}{12} \pi \right) \cos \frac{1}{2} \left(\frac{7}{12} \pi - \frac{23}{12} \pi \right)$$

$$= 2 \sin \frac{5}{4} \pi \cos \left(-\frac{2}{3} \pi \right)$$

$$= 2 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \times \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

☆別解

$$\text{与式} = \sin \frac{23}{12} \pi + \sin \frac{7}{12} \pi$$

と考えた方が負の計算を回避できて早いだろう。

$$(3) \quad \cos \frac{5}{12} \pi - \cos \frac{11}{12} \pi$$

$$= -2 \sin \frac{1}{2} \left(\frac{5}{12} \pi + \frac{11}{12} \pi \right) \sin \frac{1}{2} \left(\frac{5}{12} \pi - \frac{11}{12} \pi \right)$$

$$= -2 \sin \frac{2}{3} \pi \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\sqrt{6}}{2}$$