

反射テスト 三角関数 積和公式 03

1. 計算せよ. (S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \sin \frac{11}{12} \pi \cos \frac{1}{12} \pi$$

$$(2) \quad \cos \frac{11}{24} \pi \cos \frac{7}{24} \pi$$

$$(3) \quad \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{7}{12} \pi$$

2. 計算せよ. (S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

(1) $\cos \frac{5}{12} \pi \cos \frac{1}{12} \pi$

(2) $\cos \frac{3}{8} \pi \sin \frac{\pi}{8}$

(3) $\sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{13}{12} \pi$

反射テスト 三角関数 積和公式 03 解答解説

1. 計算せよ。(S級1分45秒, A級2分20秒, B級3分30秒, C級5分)

★積→和差の公式

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta) \}$$

新居こす, 2分で, 新都心

(2分 = 2分割 = $\frac{1}{2}$) (都 = と = 「+」)

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta) \}$$

ゴシゴシ, 半分, こすってブラシ壊れる

(ブラシ = プラス)

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos (\alpha + \beta) - \cos (\alpha - \beta) \}$$

シシマイ, 半分, こんまい子

☆ $\cos \alpha \sin \beta$ については, $\sin \alpha \cos \beta$ の公式を用いればよい.

☆入試実戦では, 3Cにおける三角関数の積分で用いる.

$$(1) \quad \sin \frac{11}{12} \pi \cos \frac{1}{12} \pi$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \sin \left(\frac{11}{12} \pi + \frac{1}{12} \pi \right) + \sin \left(\frac{11}{12} \pi - \frac{1}{12} \pi \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\sin \pi + \sin \frac{5}{6} \pi \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$(2) \quad \cos \frac{11}{24} \pi \cos \frac{7}{24} \pi$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \cos \left(\frac{11}{24} \pi + \frac{7}{24} \pi \right) + \cos \left(\frac{11}{24} \pi - \frac{7}{24} \pi \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3}{4} \pi + \cos \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$$

$$(3) \quad \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{7}{12} \pi$$

$$= \sin \frac{7}{12} \pi \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \cos \left(\frac{7}{12} \pi + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(\frac{7}{12} \pi - \frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{5}{6} \pi - \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{3} + 1}{4}$$

2. 計算せよ. (S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \cos \frac{5}{12} \pi \cos \frac{1}{12} \pi$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \cos \left(\frac{5}{12} \pi + \frac{1}{12} \pi \right) + \cos \left(\frac{5}{12} \pi - \frac{1}{12} \pi \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

$$(2) \quad \cos \frac{3}{8} \pi \sin \frac{\pi}{8}$$

$$= \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{3}{8} \pi$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{8} + \frac{3}{8} \pi \right) + \sin \left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{8} \pi \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \sin \frac{\pi}{2} + \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$(3) \quad \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{13}{12} \pi$$

$$= \sin \frac{13}{12} \pi \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= -\frac{1}{2} \left\{ \cos \left(\frac{13}{12} \pi + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(\frac{13}{12} \pi - \frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{4}{3} \pi - \cos \frac{5}{6} \pi \right)$$

$$= -\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1 - \sqrt{3}}{4}$$