

## 反射テスト 三角関数 半角公式 01

1. 次の問に答えよ. (  $S$  級 50 秒,  $A$  級 1 分 30 秒,  $B$  級 2 分 30 秒,  $C$  級 4 分 )

(1)  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  のとき,  $\cos^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

(2)  $\cos \theta = \frac{1}{3}$  のとき,  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

(3)  $\cos \theta = \frac{3}{4}$  のとき,  $\cos \frac{\theta}{2}$  を求めよ.  
ただし,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする.

2. 次の間に答えよ。(  $S$  級 40 秒,  $A$  級 1 分 10 秒,  $B$  級 2 分 20 秒,  $C$  級 4 分 )

(1)  $\cos \theta = \frac{1}{4}$  のとき,  $\cos^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

(2)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき,  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

(3)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき,  $\cos \frac{\theta}{2}$  を求めよ.  
ただし,  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$  とする.

## 反射テスト 三角関数 半角公式 01 解答解説

1. 次の問に答えよ. (  $S$  級 50 秒,  $A$  級 1 分 30 秒,  $B$  級 2 分 30 秒,  $C$  級 4 分 )

### ★ 半角公式

$$\textcircled{1} \quad \sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

師の通常, 悪 (ワル) に, いちゲンコッ (通常 = ツー乗 = 2 乗) (わるに =  $\div 2$ ) (ゲン = 減 = 「-」)

$$\textcircled{2} \quad \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

腰に乗って,  $H$  な子サイペア, ワルツを踊る (に乗って = 2 乗) ( $H$  = 「1+」) (ペア = 「 $\times 2$ 」)

$$(1) \quad \cos \theta = \frac{3}{5} \text{ のとき, } \cos^2 \frac{\theta}{2} \text{ を求めよ.}$$

$$(2) \quad \cos \theta = \frac{1}{3} \text{ のとき, } \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ を求めよ.}$$

★ 半角公式 より,

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 + \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 + \frac{3}{5}}{2} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

★ 半角公式 より,

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 - \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \cos \theta = \frac{3}{4} \text{ のとき, } \cos \frac{\theta}{2} \text{ を求めよ.}$$

ただし,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする.

★ 半角公式 より,

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 + \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 + \frac{3}{4}}{2} \\ &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < \frac{\theta}{2} < \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \cos \theta = +\sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

2. 次の間に答えよ。(S級40秒, A級1分10秒, B級2分20秒, C級4分)

(1)  $\cos \theta = \frac{1}{4}$  のとき,  $\cos^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

(2)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき,  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$  を求めよ.

★半角公式より,

$$\begin{aligned}\cos^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 + \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 + \frac{1}{4}}{2} = \frac{5}{8}\end{aligned}$$

★半角公式より,

$$\begin{aligned}\sin^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 - \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)}{2} = \frac{4}{5}\end{aligned}$$

(3)  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$  のとき,  $\cos \frac{\theta}{2}$  を求めよ.  
ただし,  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$  とする.

★半角公式より,

$$\begin{aligned}\cos^2 \frac{\theta}{2} &= \frac{1 + \cos \theta}{2} \\ &= \frac{1 - \frac{3}{5}}{2} \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

$$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{3}{4}\pi$$

$$\therefore \cos \theta = -\sqrt{\frac{1}{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$