反射テスト　三角関数　倍角公式　02

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 5 分 30 秒 ）

(1)　$\cos\theta = \dfrac{1}{5}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし θ は鋭角とする.

(2)　$\sin\theta = \dfrac{3}{4}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ.

(3)　$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ とする.

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の問に答えよ.(S 級 2 分 20 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分)

(1) $\tan\theta = -\dfrac{1}{2}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし θ は鈍角とする.

(2) $\sin\theta = -\dfrac{1}{10}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ.

(3) $\cos\theta = \dfrac{5}{13}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $\pi < \theta < 2\pi$ とする.

ⓒ 数学・算数を楽しむために (http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html)

反射テスト　三角関数　倍角公式　02　解答解説

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 5 分 30 秒 ）

★ 倍角公式

$$\begin{cases} ① & \sin 2\theta &=& 2\sin\theta\cos\theta \\ ② & \cos 2\theta &=& \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ & &=& 2\cos^2\theta - 1 \\ & &=& 1 - 2\sin^2\theta \\ ③ & \tan 2\theta &=& \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} \end{cases}$$

☆加法定理において, $\alpha = \beta = \theta$ とすれば導ける.
☆どの公式も重要である.

(1)　$\cos\theta = \dfrac{1}{5}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし θ は鋭角とする.

条件から, $\sin\theta > 0$ であるから,

$$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\therefore\quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\times\frac{2\sqrt{6}}{5}\times\frac{1}{5} = \mathbf{\frac{4\sqrt{6}}{25}}$$

(2)　$\sin\theta = \dfrac{3}{4}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ.

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta = 1 - 2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\mathbf{\frac{1}{8}}$$

(3)　$\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ とする.

条件から, $\cos\theta < 0$ であるから,

$$\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta} = -\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore\quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\times\left(-\frac{3}{4}\right)}{1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2} = -\mathbf{\frac{24}{7}}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の問に答えよ.（ S 級 2 分 20 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分 ）

(1) $\tan\theta = -\dfrac{1}{2}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし θ は鈍角とする.

$$1+\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{\cos^2\theta} = 1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{5}{4}$$

条件から, $\cos\theta < 0$ であるから, $\cos\theta = -\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$$\therefore \quad \sin\theta = \tan\theta\cdot\cos\theta = \left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$= 2\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \boldsymbol{-\frac{4}{5}}$$

(2) $\sin\theta = -\dfrac{1}{10}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ.

$$\cos 2\theta = 1-2\sin^2\theta$$

$$= 1-2\times\left(-\frac{1}{10}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{49}{50}}$$

(3) $\cos\theta = \dfrac{5}{13}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $\pi < \theta < 2\pi$ とする.

条件から, $\sin\theta < 0$ であるから,

$$\sin\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta} = -\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2} = -\frac{12}{13}$$

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$= \frac{2\times\left(-\frac{12}{5}\right)}{1-\left(-\frac{12}{5}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{120}{119}}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）