反射テスト 三角関数 倍角公式 01

1. 次の問に答えよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

(2) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ. ただし $0 \leq \theta < \pi$ とする.

(3) $\tan \theta = \sqrt{5}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

2. 次の間に答えよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) $\sin \theta = \frac{1}{8}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ とする.

(2) $\cos \theta = \frac{5}{6}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ. ただし $\pi \leq \theta < 2\pi$ とする.

(3) $\tan \theta = \sqrt{15}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

反射テスト 三角関数 倍角公式 01 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分40秒, C級4分)

★倍角公式

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta \\ \textcircled{2} \quad \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ \qquad \qquad = 2 \cos^2 \theta - 1 \\ \qquad \qquad = 1 - 2 \sin^2 \theta \\ \textcircled{3} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{☆加法定理において, } \alpha = \beta = \theta \text{ とすれば導ける.} \\ \text{☆どの公式も重要である.} \end{array}$$

(1) $\sin \theta = \frac{1}{3}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

条件から, $\cos \theta \geq 0$ であるから,

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

∴ $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$$= 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

(2) $\cos \theta = \frac{3}{5}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ. ただし $0 \leq \theta < \pi$ とする.

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{25} \end{aligned}$$

(3) $\tan \theta = \sqrt{5}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

$$\begin{aligned} \tan 2\theta &= \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}^2} = -\frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

2. 次の間に答えよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) $\sin \theta = \frac{1}{8}$ のとき, $\sin 2\theta$ を求めよ. ただし $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ とする.

条件から, $\cos \theta < 0$ であるから,

$$\cos \theta = -\sqrt{1 - \sin^2 \theta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = -\frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2 \times \frac{1}{8} \times \left(-\frac{3\sqrt{7}}{8}\right) = -\frac{3\sqrt{7}}{32} \end{aligned}$$

(2) $\cos \theta = \frac{5}{6}$ のとき, $\cos 2\theta$ を求めよ. ただし $\pi \leq \theta < 2\pi$ とする.

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 - 1 = \frac{7}{18} \end{aligned}$$

(3) $\tan \theta = \sqrt{15}$ のとき, $\tan 2\theta$ を求めよ. ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする.

$$\begin{aligned} \tan 2\theta &= \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \\ &= \frac{2\sqrt{15}}{1 - \sqrt{15}^2} = -\frac{\sqrt{15}}{7} \end{aligned}$$