

反射テスト 三角関数 正接の加法定理 01

1. 次の値を求めよ（ S 級1分20秒, A 級2分20秒, B 級4分, C 級6分）

(1) $\tan \alpha = 1$, $\tan \beta = 2$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$

(2) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan \beta = \sqrt{3}$ のとき, $\tan(\beta - \alpha)$

(3) $\tan \alpha = \sqrt{3} - 2$, $\tan \beta = -\sqrt{3}$ のとき, $\tan(\alpha - \beta)$

2. 次の値を求めよ (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = -1$ のとき, $\tan (\alpha + \beta)$

(2) $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$, $\tan \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき, $\tan (\beta - \alpha)$

(3) $\tan \alpha = 2 - \sqrt{3}$, $\tan \beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき, $\tan (\alpha - \beta)$

反射テスト 三角関数 正接の加法定理 01 解答解説

1. 次の値を求めよ (S級 1分20秒, A級 2分20秒, B級 4分, C級 6分)

★ 正接の加法定理

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

＋の語呂合わせ タンブラタン, いまいタンタン

☆ ± の確認

分子と分母の真ん中の符号が逆になっていることは忘れにくいですが、分子が ± なのか、 $\mp$ なのかは忘れやすい。そういった時は、 $\alpha = \beta = 30^\circ$ など、具体的に考えて確かめるとよい。

(1) $\tan \alpha = 1$, $\tan \beta = 2$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{1 + 2}{1 - 1 \times 2} \\ &= \frac{3}{-1} = -3\end{aligned}$$

(2) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan \beta = \sqrt{3}$ のとき, $\tan(\beta - \alpha)$

$$\begin{aligned}\tan(\beta - \alpha) &= \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{2} \\ &= \frac{3 - 1}{2\sqrt{3}} \quad \leftarrow \text{分母分子} \times \sqrt{3} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

☆ $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ と考えた方が早い。

(3) $\tan \alpha = \sqrt{3} - 2$, $\tan \beta = -\sqrt{3}$ のとき, $\tan(\alpha - \beta)$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\ &= \frac{(\sqrt{3} - 2) - (-\sqrt{3})}{1 + (\sqrt{3} - 2) \times (-\sqrt{3})} \\ &= \frac{2\sqrt{3} - 2}{2\sqrt{3} - 2} \\ &= 1\end{aligned}$$

2. 次の値を求めよ (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = -1$ のとき, $\tan(\alpha + \beta)$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\&= \frac{2 + (-1)}{1 - 2 \times (-1)} \\&= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

(2) $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$, $\tan \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき, $\tan(\beta - \alpha)$

$$\begin{aligned}\tan(\beta - \alpha) &= \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} \\&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2}} \\&= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}}{1 + 2} \\&= \frac{1 - 4}{3\sqrt{2}} \quad \leftarrow \text{分母分子} \times \sqrt{2} \\&= -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

(3) $\tan \alpha = 2 - \sqrt{3}$, $\tan \beta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき, $\tan(\alpha - \beta)$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\&= \frac{(2 - \sqrt{3}) - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{1 + (2 - \sqrt{3}) \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \\&= \frac{2 - \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{2}{\sqrt{3}} + 1} \\&= \frac{2 - \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{2 - \frac{2}{\sqrt{3}}} \\&= \frac{2\sqrt{3} - 3 + 1}{2\sqrt{3} - 2} \\&= 1\end{aligned}$$