

反射テスト 三角関数 正弦余弦のグラフ 01

1. 次の関数のグラフを描け. ただし定義域内の最大値, 最小値, 切片を求めて全て描き入れよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 4 分 40 秒, C 級 6 分)

(1) $y = \sin x \quad (0 \leq x \leq 3\pi)$

(2) $y = 2 \cos x \quad (0 \leq x < 2\pi)$

(3) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad (-\pi \leq x \leq 2\pi)$

2. 次の関数のグラフを描け。ただし定義域内の最大値, 最小値, 切片を求めて全て書き入れよ。

(S 級 3 分, A 級 4 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 8 分)

(1) $y = \cos x$ ($0 \leq x \leq 3\pi$)

(2) $y = 3 \sin x$ ($-\pi \leq x < 2\pi$)

(3) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($0 \leq x \leq \pi$)

反射テスト 三角関数 正弦余弦のグラフ 01 解答解説

1. 次の関数のグラフを描け. ただし定義域内の最大値, 最小値, 切片を求めて全て描き入れよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 4 分 40 秒, C 級 6 分)

★ 三角関数のグラフ

① $y = \sin x$ 原点を通り, 上がって下がるイメージ. … 1(1) 参照

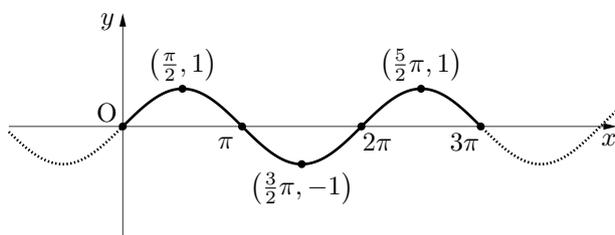
② $y = \cos x$ 切片 $(0, 1)$ から, 下がって上がるイメージ. … 2(1) 参照

★ 平行移動と伸長 $\begin{cases} y - q = a \sin\left(\frac{x - p}{b}\right) \\ y - q = a \cos\left(\frac{x - p}{b}\right) \end{cases}$ … $\begin{cases} \text{上下方向に } a \text{ 倍, 左右方向に } b \text{ 倍の伸長 (原点を中心として),} \\ x \text{ 軸方向に } +p, y \text{ 軸方向に } +q \text{ 平行移動のイメージ.} \end{cases}$

★ $\frac{y - q}{\beta} = f\left(\frac{x - p}{\alpha}\right)$ … $\begin{cases} y = f(x) \text{ を } x \text{ 軸方向に } \alpha \text{ 倍, } y \text{ 軸方向に } \beta \text{ 倍の伸長 (原点を中心として),} \\ x \text{ 軸方向に } +p, y \text{ 軸方向に } +q \text{ 平行移動した関数.} \end{cases}$

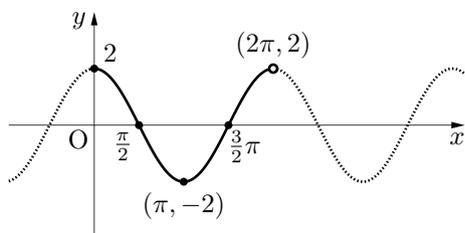
こちらの方が覚えやすいなら, 正弦関数も $\frac{y - q}{\beta} = \sin\left(\frac{x - p}{\alpha}\right)$ の形で考えたらいい.

(1) $y = \sin x \quad (0 \leq x \leq 3\pi)$



最大値 1 $\left(x = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi\right)$
 最小値 -1 $\left(x = \frac{3}{2}\pi\right)$

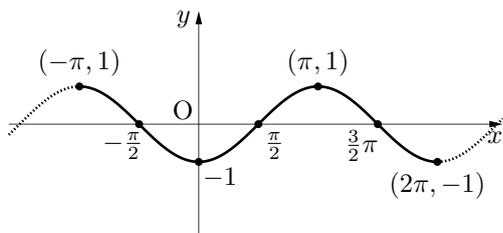
(2) $y = 2 \cos x \quad (0 \leq x < 2\pi)$



最大値 2 $(x = 0)$
 最小値 -2 $(x = \pi)$

☆ $y = \cos x$ を 2 倍縦長にしたイメージ.
 ☆ 白丸に注意.

(3) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad (-\pi \leq x \leq 2\pi)$



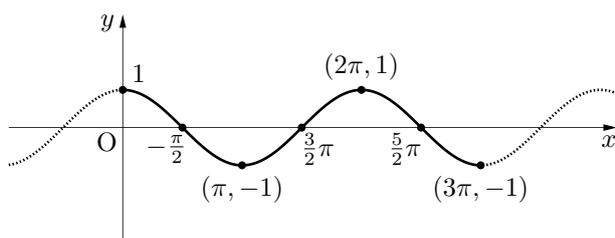
最大値 1 $(x = -\pi, \pi)$
 最小値 -1 $(x = 0, 2\pi)$

☆ (1) のグラフを x 軸方向に $+\frac{\pi}{2}$ 平行移動したイメージ.

2. 次の関数のグラフを描け. ただし定義域内の最大値, 最小値, 切片を求めて全て描き入れよ.

(S 級 3 分, A 級 4 分 30 秒, B 級 6 分, C 級 8 分)

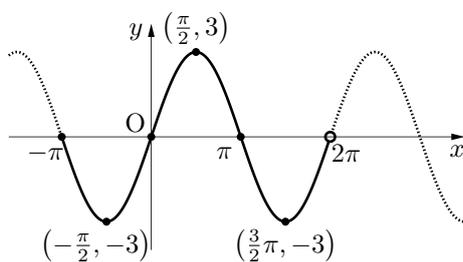
(1) $y = \cos x \quad (0 \leq x \leq 3\pi)$



最大値 1 ($x = 0, 2\pi$)

最小値 -1 ($x = \pi, 3\pi$)

(2) $y = 3 \sin x \quad (-\pi \leq x < 2\pi)$



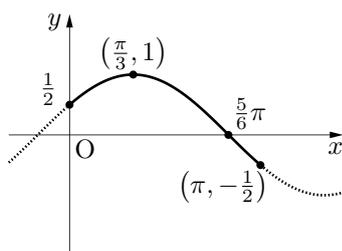
最大値 3 ($x = \frac{\pi}{2}$)

最小値 -3 ($x = -\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$)

☆ $y = \sin x$ を 3 倍縦長にしたイメージ.

☆ 白丸に注意.

(3) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \quad (0 \leq x \leq \pi)$



最小値, y 切片の計算

$$\begin{cases} \text{最小値} & x = \pi \text{ のとき, } y = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2} \\ y \text{ 切片} & x = 0 \text{ のとき, } y = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

最大値, x 切片の計算 (平行移動のイメージ)

$$\begin{cases} \text{最大値} & 2(1) \text{ のイメージから右に } +\frac{\pi}{3} \quad 0 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \\ x \text{ 切片} & 2(1) \text{ のイメージから右に } +\frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi \end{cases}$$

最大値 1 ($x = \frac{\pi}{3}$)

最小値 $-\frac{1}{2}$ ($x = \pi$)

☆ (1) のグラフを x 軸方向に $+\frac{\pi}{3}$ 平行移動したイメージ.