

## 反射テスト 三角関数 方程式 基礎 01

1.  $x$  について解け. ただし  $0 \leq x < 2\pi$  とする. (S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 4 分 40 秒, C 級 6 分)

(1)  $\sin x = 0$

(2)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3)  $\sin^2 x = 1$

(4)  $\tan^2 x = 3$

(5)  $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

(6)  $3 \tan^2 x - 4\sqrt{3} \tan x + 3 = 0$

2.  $x$  について解け. ただし  $0 \leq x < 2\pi$  とする. (S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分, C 級 6 分 30 秒)

(1)  $\cos x = 0$

(2)  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3)  $\tan^2 x = 1$

(4)  $4 \cos^2 x = 3$

(5)  $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

(6)  $\sqrt{3} \tan^2 x + 4 \tan x + \sqrt{3} = 0$

# 反射テスト 三角関数 方程式 基礎 01 解答解説

1.  $x$  について解け. ただし  $0 \leq x < 2\pi$  とする. (S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 4 分 40 秒, C 級 6 分)

(1)  $\sin x = 0$

$\Leftrightarrow x = 0, \pi$

(2)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{11}{6}\pi$

(3)  $\sin^2 x = 1$

$\Leftrightarrow \sin x = \pm 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$

(4)  $\tan^2 x = 3$

$\Leftrightarrow \tan x = \pm\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

(5)  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$t = \cos x$  とおくと, ( $-1 \leq t \leq 1$ )

与式  $\Leftrightarrow 2t^2 - t - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (2t+1)(t-1) = 0$

$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}, 1$

$\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2}, 1$

$\Leftrightarrow x = 0, \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

(6)  $3\tan^2 x - 4\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$

題意から,  $x \neq \frac{\pi}{2}$  かつ  $x \neq \frac{3}{2}\pi$

この条件で,  $t = \tan x$  とおくと, ( $t$  は実数)

与式  $\Leftrightarrow 3t^2 - 4\sqrt{3}t + 3 = 0$

$\Leftrightarrow t = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 3}}{3}$

$\Leftrightarrow t = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow t = \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{7}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi$

2.  $x$  について解け. ただし  $0 \leq x < 2\pi$  とする. (S級 2分 20秒, A級 3分 40秒, B級 5分, C級 6分 30秒)

(1)  $\cos x = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$$

(2)  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$$

(3)  $\tan^2 x = 1$

$$\Leftrightarrow \tan x = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$$

(4)  $4\cos^2 x = 3$

$$\Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$$

(5)  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$t = \sin x$  とおくと, ( $-1 \leq t \leq 1$ )

$$\text{与式} \Leftrightarrow 2t^2 + t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+1)(2t-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1, \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin x = -1, \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$$

(6)  $\sqrt{3}\tan^2 x + 4\tan x + \sqrt{3} = 0$

題意から,  $x \neq \frac{\pi}{2}$  かつ  $x \neq \frac{3}{2}\pi$

この条件で,  $t = \tan x$  とおくと, ( $t$  は実数)

$$\text{与式} \Leftrightarrow \sqrt{3}t^2 + 4t + \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-2 \pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow t = -\sqrt{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{5}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi$$

☆最初に両辺を  $\sqrt{3}$  倍すると 1(6) と同様になる. その方が早いかもしれない.