反射テスト 三角関数 扇形と弧度法 (ラジアン) 01

1. 次の条件を満たす扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 50 秒, C 級 2 分 30 秒)

(1) 半径 4, 中心角 $\frac{\pi}{3}$

(2) 半径 6, 中心角 $\frac{3}{2}\pi$

(3) 半径 a , 中心角 $\frac{2}{5}\pi$

(4) 半径 $2n$, 中心角 $\frac{2\pi}{n}$

2. 次の条件を満たす扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 50 秒, C 級 2 分 30 秒)

(1) 半径 9, 中心角 $\frac{\pi}{6}$

(2) 半径 12, 中心角 $\frac{5}{4}\pi$

(3) 半径 $2a$, 中心角 $\frac{3}{4}\pi$

(4) 半径 $\frac{6}{n}$, 中心角 $2n\pi$

反射テスト 三角関数 扇形と弧度法 (ラジアン) 01 解答解説

1. 次の条件を満たす扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。(S 級 50 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 50 秒, C 級 2 分 30 秒)

★ 扇形と弧度法

半径 r , 中心角 θ (単位はラジアン) の扇形

$$\text{扇形の弧の長さ } l = r\theta \quad \text{扇形の面積 } S = \frac{1}{2}r^2\theta \quad \text{又は} \quad S = \frac{1}{2}lr$$

☆弧度法は, 半径を 1 とする円の円周の長さ 2π を元としている. よって **中心角が x ラジアン**の扇形の弧の長さは x である.

☆面積は 2 次元的 面積の公式には必ず (長さ)² が入る.

☆面積の公式の意味するところは, 底辺 l , 高さ r の三角形の面積と等しい.

(1) 半径 4, 中心角 $\frac{\pi}{3}$

(2) 半径 6, 中心角 $\frac{3}{2}\pi$

$$l = 4 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi$$

$$l = 6 \cdot \frac{3}{2}\pi = 9\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 4 = \frac{8}{3}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9\pi \cdot 6 = 27\pi$$

(3) 半径 a , 中心角 $\frac{2}{5}\pi$

(4) 半径 $2n$, 中心角 $\frac{2\pi}{n}$

$$l = a \cdot \frac{2}{5}\pi = \frac{2}{5}\pi a$$

$$l = 2n \cdot \frac{2\pi}{n} = 4\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\pi a \cdot a = \frac{1}{5}\pi a^2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 2n = 4\pi n$$

2. 次の条件を満たす扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 50 秒, C 級 2 分 30 秒)

(1) 半径 9, 中心角 $\frac{\pi}{6}$

$$l = 9 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2}\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\pi \cdot 9 = \frac{27}{4}\pi$$

(2) 半径 12, 中心角 $\frac{5}{4}\pi$

$$l = 12 \cdot \frac{5}{4}\pi = 15\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 15\pi \cdot 12 = 90\pi$$

(3) 半径 $2a$, 中心角 $\frac{3}{4}\pi$

$$l = 2a \cdot \frac{3}{4}\pi = \frac{3}{2}\pi a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\pi a \cdot 2a = \frac{3}{2}\pi a^2$$

(4) 半径 $\frac{6}{n}$, 中心角 $2n\pi$

$$l = \frac{6}{n} \cdot 2n\pi = 12\pi$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 12\pi \cdot \frac{6}{n} = \frac{36\pi}{n}$$