

反射テスト 極限 $\lim$ の計算 01

1. 次の極限值を求めよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 45 秒, C 級 5 分 30 秒)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(4 - \frac{8}{x + 2} \right)$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}$$

2. 次の極限值を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分 30 秒)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x - 12}{x + 2}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{x^2 - 9}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x - 1} \left(1 - \frac{4}{3x + 1} \right)$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x + 1)^3 - (a + 1)^3}{x - a}$$

反射テスト 極限 $\lim$ の計算 01 解答解説

1. 次の極限值を求めよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 45 秒, C 級 5 分 30 秒)

★ 極限 ($\lim$) の演算

関数 $f(x)$, $g(x)$ に対して, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ であるとき,

$$\left\{ \begin{array}{ll} \cdot \text{定数倍 OK} & \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k\alpha \quad (k \text{ は } x \text{ に対する定数}) \\ \cdot \text{加減 OK} & \lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \alpha \pm \beta \\ \cdot \text{乗法 OK} & \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \alpha\beta \\ \cdot \text{除法は分母注意} & \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{ただし } \beta \neq 0 \text{ のとき}) \end{array} \right.$$

★分母が 0 のときは計算途中に約分する.

どんな数も 0 で割っていけない. 分母が 0 にはならないので, 題意から 分母 $\neq 0$ である. 極限は分母が 0 に近づくとどうなるのかを聞いていて, 0 になるとどうなるのかを聞いているわけではないことに留意しよう. 0 では割れないが, 割りたいという欲求から極限は生まれたと言える.

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x(x - 3)}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} 2x$$

$$= 6 \quad \cdots \text{答え}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x + 5)(x - 2)}{(x + 1)(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5}{x + 1}$$

$$= 3 \quad \cdots \text{答え}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(4 - \frac{8}{x + 2} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{4x + 8 - 8}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{4x}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x + 2}$$

$$= 2 \quad \cdots \text{答え}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)(x^2 + ax + a^2)}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} (x^2 + ax + a^2)$$

$$= 3a^2 \quad \cdots \text{答え}$$

2. 次の極限值を求めよ. (*S* 級 1 分 20 秒, *A* 級 2 分 20 秒, *B* 級 4 分 20 秒, *C* 級 6 分 30 秒)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4x - 12}{x + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-6)}{x+2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x-6)$$

$$= -8 \quad \cdots \text{答え}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{x^2 - 9}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^3}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x+3}$$

$$= \frac{0}{6}$$

$$= 0 \quad \cdots \text{答え}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left(1 - \frac{4}{3x+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \cdot \frac{3x+1-4}{3x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \cdot \frac{3(x-1)}{3x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{3x+1}$$

$$= \frac{3}{4} \quad \cdots \text{答え}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x+1)^3 - (a+1)^3}{x-a}$$

$$(x+1)^3 - (a+1)^3$$

$$= \{(x+1) - (a+1)\} \{(x+1)^2 + (x+1)(a+1) + (a+1)^2\}$$

$$= (x-a) \{(x+1)^2 + (x+1)(a+1) + (a+1)^2\}$$

$$\text{与式} = \lim_{x \rightarrow a} \{(x+1)^2 + (x+1)(a+1) + (a+1)^2\}$$

$$= 3(a+1)^2 \quad \cdots \text{答え}$$