反射テスト　複素数　ω の計算　01

1.　1 の 3 乗根のうち虚数になるものの 1 つを ω として，次の計算をせよ．
ただし答えに ω を用いるときは，ω の次数を 1 次式まで下げること．（ S 級 15 秒，A 級 30 秒，B 級 50 秒，C 級 1 分 20 秒 ）

(1)　ω^3

(2)　$\omega^2+\omega$

(3)　ω^2

(4)　$\dfrac{1}{\omega^2}$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2.　1 の 3 乗根のうち虚数になるものの 1 つを ω として，次の計算をせよ．
ただし答えに ω を用いるときは，ω の次数を 1 次式まで下げること．(S 級 25 秒，A 級 45 秒，B 級 1 分 10 秒，C 級 1 分 40 秒)

(1)　ω^6

(2)　$\omega^5+\omega^4$

(3)　ω^4

(4)　$\dfrac{1}{\omega+1}$

© 数学・算数を楽しむために (http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html)

反射テスト　複素数　ω の計算　01　解答解説

1.　1 の 3 乗根のうち虚数になるものの 1 つを ω として，次の計算をせよ．
ただし答えに ω を用いるときは，ω の次数を 1 次式まで下げること．（ S 級 15 秒，A 級 30 秒，B 級 50 秒，C 級 1 分 20 秒 ）

★ 1 の 3 乗根

$x^3=1 \quad \Leftrightarrow \quad (x-1)(x^2+x+1)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=1$ 又は $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

よって，$\boldsymbol{\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}}$ **又は** $\boldsymbol{\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}}$ である．
このどちらを ω とおいてもよいが，複素平面上での順番から，
$\omega=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ，$\omega^2=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ と考えるのが自然.

★ ω の性質

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega^3=1} & (\because \omega \text{ は } x^3=1 \text{ の解}) \\ \boldsymbol{\omega^2+\omega+1=0} & (\because \omega \text{ は } x^2+x+1=0 \text{ の解}) \end{cases}$$

(1)　ω^3

$=\mathbf{1}$

(2)　$\omega^2+\omega$

★　$\omega^2+\omega+1=0$

$\Leftrightarrow$　$\omega^2+\omega=\mathbf{-1}$

(3)　ω^2

★　$\omega^2+\omega+1=0$

$\Leftrightarrow$　$\omega^2=\boldsymbol{-\omega-1}$

(4)　$\dfrac{1}{\omega^2}$

$=\dfrac{\omega}{\omega^3}$

$=\boldsymbol{\omega}$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 1 の 3 乗根のうち虚数になるものの 1 つを ω として，次の計算をせよ．
ただし答えに ω を用いるときは，ω の次数を 1 次式まで下げること．(S 級 25 秒，A 級 45 秒，B 級 1 分 10 秒，C 級 1 分 40 秒)

(1) ω^6

$= \left(\omega^3\right)^2$

$= \mathbf{1}$

(2) $\omega^5 + \omega^4$

$= \omega^3\left(\omega^2 + \omega\right)$

$= 1 \times (-1) = \mathbf{-1}$

(3) ω^4

$= \omega^3 \times \omega$

$= \boldsymbol{\omega}$

(4) $\dfrac{1}{\omega + 1}$

$= \dfrac{\omega}{\omega^2 + \omega}$

$= \dfrac{\omega}{-1}$

$= \boldsymbol{-\omega}$

ⓒ 数学・算数を楽しむために (http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html)