# 反射テスト　複素数　共役複素数　02

**1.**　$z$ の共役複素数を $\overline{z}$ とする. 次の式の値を求めよ.（ $S$ 級 50 秒, $A$ 級 1 分 30 秒, $B$ 級 2 分 30 秒, $C$ 級 4 分 ）

(1)　$z = 1 + 2i$ のとき, $z + \overline{z}$

(2)　$z = 3 - 2i$ のとき, $z\overline{z}$

(3)　$z = 2 + \sqrt{3}i$ のとき, $z^2 + \overline{z}^2$

(4)　$z = 3 - 4i$ のとき, $z^3 + \overline{z}^3$

**2.** $z$ の共役複素数を $\overline{z}$ とする. 次の式の値を求めよ. ( $S$ 級 1 分, $A$ 級 1 分 40 秒, $B$ 級 2 分 50 秒, $C$ 級 5 分 )

(1) $z = 5 + i$ のとき, $z + \overline{z}$

(2) $z = \sqrt{3} - 2i$ のとき, $z\overline{z}$

(3) $z = 6 + \sqrt{2}i$ のとき, $z^2 + \overline{z}^2$

(4) $z = 2 - 3i$ のとき, $z^3 + \overline{z}^3$

# 反射テスト　複素数　共役複素数　02　解答解説

**1.**　$z$ の共役複素数を $\overline{z}$ とする. 次の式の値を求めよ.（ $S$ 級 50 秒, $A$ 級 1 分 30 秒, $B$ 級 2 分 30 秒, $C$ 級 4 分 ）

**★ 複素数 $a+bi$（ $a, b$ は実数）の共役複素数は $a-bi$ である.**
★複素数 $z$ の共役複素数を $\overline{z}$ と表す. つまり $\overline{a+bi}=a-bi$ である.
★ $z=a+bi$ であるとき, $z+\overline{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$ であり, 必ず実数値をとる.
★ $z=a+bi$ であるとき, $z\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$ であり, 必ず実数値をとる.

(1)　$z=1+2i$ のとき, $z+\overline{z}$

$\overline{z}=1-2i$

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= (1+2i)+(1-2i) \\ &= \mathbf{2} \end{aligned}$$

(2)　$z=3-2i$ のとき, $z\overline{z}$

$\overline{z}=3+2i$

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= (3-2i)(3+2i) \\ &= 3^2-(2i)^2 \\ &= 9-(-4) \\ &= \mathbf{13} \end{aligned}$$

(3)　$z=2+\sqrt{3}i$ のとき, $z^2+\overline{z}^2$

$\overline{z}=2-\sqrt{3}i$

$z+\overline{z}=(2+\sqrt{3}i)+(2-\sqrt{3}i)=4$
$z\overline{z}=(2+\sqrt{3}i)(2-\sqrt{3}i)=7$

$$\begin{aligned} z^2+\overline{z}^2 &= (z+\overline{z})^2-2z\overline{z} \\ &= 4^2-2\times 7 \\ &= 16-14 \\ &= \mathbf{2} \end{aligned}$$

(4)　$z=3-4i$ のとき, $z^3+\overline{z}^3$

$\overline{z}=3+4i$

$z+\overline{z}=(3-4i)+(3+4i)=6$
$z\overline{z}=(3-4i)(3+4i)=25$

$$\begin{aligned} z^3+\overline{z}^3 &= (z+\overline{z})^3-3z\overline{z}(z+\overline{z}) \\ &= 6^3-3\times 25\times 6 \\ &= 216-450 \\ &= \mathbf{-234} \end{aligned}$$

**2.** $z$の共役複素数を$\overline{z}$とする. 次の式の値を求めよ.（ $S$ 級 1 分, $A$ 級 1 分 40 秒, $B$ 級 2 分 50 秒, $C$ 級 5 分 ）

(1) $z=5+i$ のとき, $z+\overline{z}$

$\overline{z}=5-i$

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= (5+i)+(5-i) \\ &= \mathbf{10} \end{aligned}$$

(2) $z=\sqrt{3}-2i$ のとき, $z\overline{z}$

$\overline{z}=\sqrt{3}+2i$

$$\begin{aligned} z+\overline{z} &= (\sqrt{3}-2i)(\sqrt{3}+2i) \\ &= \sqrt{3}^2-(2i)^2 \\ &= 3-(-4) \\ &= \mathbf{7} \end{aligned}$$

(3) $z=6+\sqrt{2}i$ のとき, $z^2+\overline{z}^2$

$\overline{z}=6-\sqrt{2}i$

$z+\overline{z}=(6+\sqrt{2}i)+(6-\sqrt{2}i)=12$
$z\overline{z}=(6+\sqrt{2}i)(6-\sqrt{2}i)=38$

$$\begin{aligned} z^2+\overline{z}^2 &= (z+\overline{z})^2-2z\overline{z} \\ &= 12^2-2\times 38 \\ &= 144-76 \\ &= \mathbf{68} \end{aligned}$$

(4) $z=2-3i$ のとき, $z^3+\overline{z}^3$

$\overline{z}=2+3i$

$z+\overline{z}=(2-3i)+(2+3i)=4$
$z\overline{z}=(2-3i)(2+3i)=13$

$$\begin{aligned} z^3+\overline{z}^3 &= (z+\overline{z})^3-3z\overline{z}(z+\overline{z}) \\ &= 4^3-3\times 13\times 4 \\ &= 64-156 \\ &= \mathbf{-92} \end{aligned}$$