

反射テスト 微分 定義 01

1. 微分の定義に従って、 $f'(x)$ を求めよ。(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) $f(x) = x^2$

(2) $f(x) = (x + 1)^3$

2. 微分の定義に従って、 $f'(x)$ を求めよ。(S級1分40秒, A級2分20秒, B級3分20秒, C級4分30秒)

(1) $f(x) = x^2 - 4x$

(2) $f(x) = (x - 2)^3$

反射テスト 微分 定義 01 解答解説

1. 微分の定義に従って、 $f'(x)$ を求めよ。(S級 1分 30秒, A級 2分 10秒, B級 3分, C級 4分)

★ 微分の定義 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

(1) $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2hx + h^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) \\ &= 2x \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

(2) $f(x) = (x+1)^3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+1+h)^3 - (x+1)^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3 + 3h(x+1)^2 + 3h^2(x+1) + h^3 - (x+1)^3}{h} \quad \leftarrow \star \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h(x+1)^2 + 3h^2(x+1) + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \{3(x+1)^2 + 3h(x+1) + h^2\} \\ &= 3(x+1)^2 \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

☆ $(x+1+h)^3$ を完全に展開してもよいが煩雑. 上の式変形がよくわからなければ, $t = x+1$ としてみるとよい.

2. 微分の定義に従って、 $f'(x)$ を求めよ。(S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 20 秒, C 級 4 分 30 秒)

(1) $f(x) = x^2 - 4x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^2 - 4(x+h)\} - (x^2 - 4x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2hx + h^2 - 4x - 4h - x^2 + 4x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2hx + h^2 - 4h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 4) \\ &= 2x - 4 \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

(2) $f(x) = (x-2)^3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x-2+h)^3 - (x-2)^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x-2)^3 + 3h(x-2)^2 + 3h^2(x-2) + h^3 - (x-2)^3}{h} \quad \leftarrow \star \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h(x-2)^2 + 3h^2(x-2) + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \{3(x-2)^2 + 3h(x-2) + h^2\} \\ &= 3(x-2)^2 \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

☆ $t = x - 2$ としてみるとよい.