

反射テスト 三角比 逆算 01

1. 次の条件を満たす θ を求めよ. ただし, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$. (S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $\sin \theta = \frac{1}{2}$

(2) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $\tan \theta = \sqrt{3}$

(4) $\cos \theta = -1$

(5) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(6) $\tan \theta = -1$

2. 次の条件を満たす θ を求めよ. ただし, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$. (S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $\sin \theta = -\frac{1}{2}$

(2) $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3) $\tan \theta = 0$

(4) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(5) $\sin \theta = 1$

(6) $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

反射テスト 三角比 逆算 01 解答解説

1. 次の条件を満たす θ を求めよ. ただし, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$. (S級 50 秒, A級 2 分, B級 3 分, C級 5 分)

★ 三角比から角度を求める

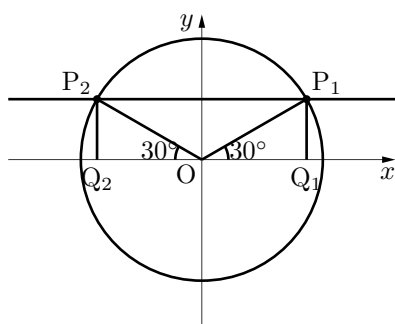
① 単位円 (半径 1, 中心 = 原点) を描く.

② x 軸の正の向きとの角度が θ となるような, 単位円周上の点 P を考える.

$$\begin{cases} \sin \theta > 0 \Rightarrow 0^\circ < \theta < 180^\circ & (\text{点 } P \text{ の } y \text{ 座標が正} \sim x \text{ 軸の上}) \\ \sin \theta < 0 \Rightarrow 180^\circ < \theta < 360^\circ & (\text{点 } P \text{ は } y \text{ 座標が負} \sim x \text{ 軸の下}) \\ \cos \theta > 0 \Rightarrow 0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ 又は } 270^\circ < \theta < 360^\circ & (\text{点 } P \text{ の } x \text{ 座標が正} \sim y \text{ 軸の右}) \\ \cos \theta < 0 \Rightarrow 90^\circ < \theta < 270^\circ & (\text{点 } P \text{ の } x \text{ 座標が負} \sim y \text{ 軸の左}) \end{cases}$$

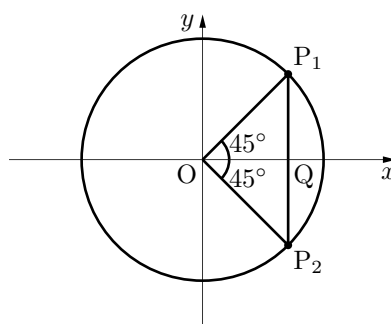
☆ () 内を頭の中でイメージできるようにする.

(1) $\sin \theta = \frac{1}{2}$



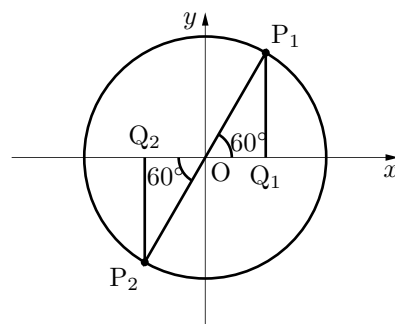
$$\begin{aligned} \sin \theta > 0 &\Rightarrow x \text{ 軸より上} \\ \sin \theta = \frac{1}{2} &\Rightarrow OP_1 : P_1Q_1 = 2 : 1 \\ &\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 30^\circ \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 30^\circ, 150^\circ \end{aligned}$$

(2) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$



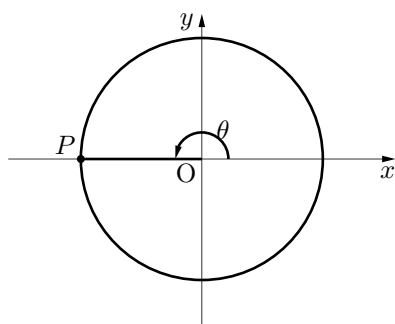
$$\begin{aligned} \cos \theta < 0 &\Rightarrow y \text{ 軸より右} \\ \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} &\Rightarrow OP_1 : OQ_1 = \sqrt{2} : 1 \\ &\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 45^\circ \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 45^\circ, 315^\circ \end{aligned}$$

(3) $\tan \theta = \sqrt{3}$



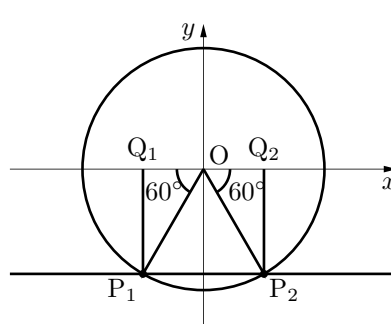
$$\begin{aligned} \tan \theta = \sqrt{3} & \text{ (直線 } P_1P_2 \text{ の傾き)} \\ &\Rightarrow OQ_1 : P_1Q_1 = 1 : \sqrt{3} \\ &\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 60^\circ \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 60^\circ, 240^\circ \end{aligned}$$

(4) $\cos \theta = -1$



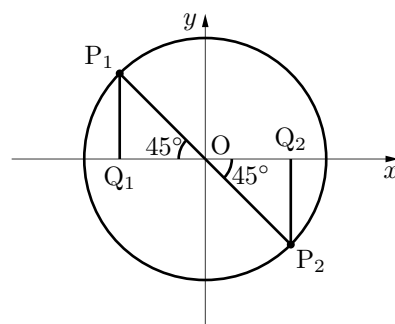
$$\begin{aligned} \cos \theta < 0 &\Rightarrow y \text{ 軸より左} \\ \cos \theta = -1 &\Rightarrow P(-1, 0) \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 180^\circ \end{aligned}$$

(5) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$\begin{aligned} \sin \theta < 0 &\Rightarrow x \text{ 軸より下} \\ \sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} &\Rightarrow OP_1 : P_1Q_1 = 2 : \sqrt{3} \\ &\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 60^\circ \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 180^\circ + 60^\circ, 360^\circ - 60^\circ \\ \Rightarrow \theta &= 240^\circ, 300^\circ \end{aligned}$$

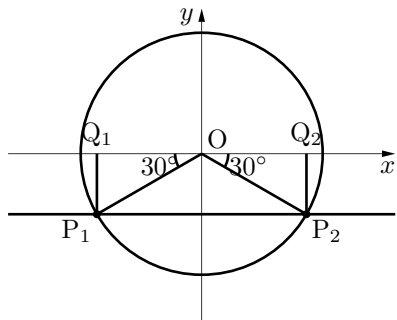
(6) $\tan \theta = -1$



$$\begin{aligned} \tan \theta = -1 & \text{ (直線 } P_1P_2 \text{ の傾き)} \\ &\Rightarrow OQ_1 : P_1Q_1 = 1 : 1 \\ &\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 45^\circ \\ \text{よって, 上の図より,} & \\ \theta &= 180^\circ - 45^\circ, 360^\circ - 45^\circ \\ \Rightarrow \theta &= 135^\circ, 315^\circ \end{aligned}$$

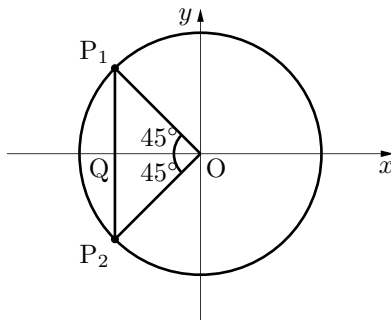
2. 次の条件を満たす θ を求めよ. ただし, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$. (S級 50 秒, A級 2 分, B級 3 分, C級 5 分)

(1) $\sin \theta = -\frac{1}{2}$



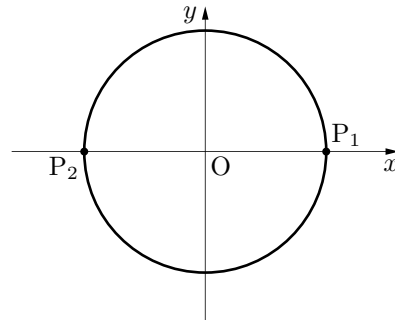
$\sin \theta < 0 \Rightarrow x$ 軸より下
 $\sin \theta = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow OP_1 : P_1Q_1 = 2 : 1$
 $\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 30^\circ$
 よって, 上の図より,
 $\theta = 180^\circ + 30^\circ, 360^\circ - 30^\circ$
 $\Rightarrow \theta = 210^\circ, 330^\circ$

(2) $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$



$\cos \theta < 0 \Rightarrow y$ 軸より左
 $\cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow OP_1 : OQ_1 = \sqrt{2} : 1$
 $\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 45^\circ$
 よって, 上の図より,
 $\theta = 180^\circ - 45^\circ, 180^\circ + 45^\circ$
 $\Rightarrow \theta = 135^\circ, 225^\circ$

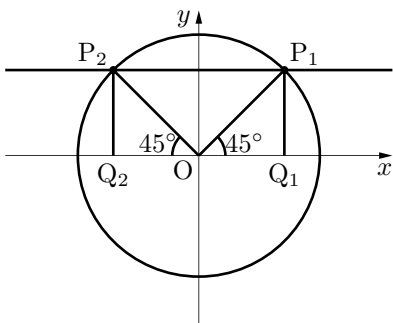
(3) $\tan \theta = 0$



$\tan \theta = 0$ (直線 P_1P_2 の傾き)
 よって, 上の図より,
 $\theta = 0^\circ, 180^\circ$

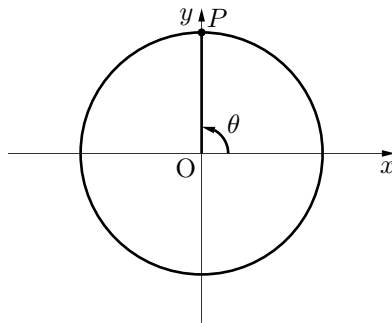
☆ポイント
 $\theta = 180^\circ$ のときを忘れない.

(4) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$



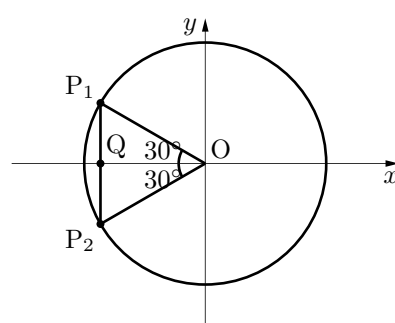
$\sin \theta > 0 \Rightarrow x$ 軸より上
 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow OP_1 : P_1Q_1 = \sqrt{2} : 1$
 $\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 45^\circ$
 よって, 上の図より,
 $\theta = 45^\circ, 135^\circ$

(5) $\sin \theta = 1$



$\sin \theta > 0 \Rightarrow x$ 軸より上
 $\sin \theta = 1$
 $\Rightarrow P(0, 1)$
 よって, 上の図より,
 $\theta = 90^\circ$

(6) $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



$\cos \theta < 0 \Rightarrow y$ 軸より左
 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\Rightarrow OP_1 : OQ_1 = 2 : \sqrt{3}$
 $\Rightarrow \angle P_1OQ_1 = 30^\circ$
 よって, 上の図より,
 $\theta = 180^\circ - 30^\circ, 180^\circ + 30^\circ$
 $\Rightarrow \theta = 150^\circ, 210^\circ$