

反射テスト 絶対値 方程式 01

1. 次の方程式を解け。(S級 50秒, A級 1分20秒, B級 2分20秒, C級 3分30秒)

(1) $|x| = 3$

(2) $|x - 5| = 4$

(3) $2x = |x - 6|$

(4) $|4x - 3| = |2x - 5|$

2. 次の方程式を解け。(S級1分, A級1分30秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) $|x| = 16$

(2) $7 = |2x - 3|$

(3) $3x = |3x - 1|$

(4) $|2x + 1| = |3x - 5|$

反射テスト 絶対値 方程式 01 解答解説

1. 次の方程式を解け。(S級50秒, A級1分20秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

★絶対値の入る方程式

解法1

$$|A| = B \Leftrightarrow A = \pm B \quad (\text{ただし } B \geq 0) \Leftrightarrow B = \pm A \quad (\text{ただし } B \geq 0)$$

場合分けして解く.

解法2

$$|A| = B \Leftrightarrow A^2 = B^2 \quad (\text{ただし } B \geq 0)$$

両辺を二乗することによって, 絶対値記号 $| |$ を消去する.

☆基本的に解法1は早く, 解法2は精度重視. 解説は解法1に因った.

(1) $|x| = 3$

$$x = \pm 3 \quad \cdots \text{答え}$$

☆別解

両辺を二乗して,

$$|x|^2 = 3^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

(2) $|x - 5| = 4$

$$x - 5 = \pm 4$$

$$x = 4 + 5 \text{ 又は } x = 5 - 4$$

$$x = 9 \text{ 又は } x = 1 \quad \cdots \text{答え}$$

☆別解

両辺を二乗して,

$$(x - 5)^2 = 4^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = 16$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$x = 1 \text{ 又は } x = 9$$

☆確かめ

代入して, 確かめる癖をつける.

$$x = 1 \Rightarrow |1 - 5| = |-4| = 4$$

$$x = 9 \Rightarrow |9 - 5| = |4| = 4$$

(3) $2x = |x - 6|$

右辺が0以上なので,

$$2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

この条件下で,

$$x - 6 = \pm 2x$$

$$x - 6 = 2x \text{ 又は } x - 6 = -2x$$

$$x = -6 \text{ 又は } x = 2$$

$x \geq 0$ より,

$$x = 2 \quad \cdots \text{答え}$$

☆別解

$2x \geq 0$ という条件下で両辺を二乗

$$4x^2 = x^2 - 12x + 36$$

$$3x^2 + 12x - 36 = 0$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div 3 \text{ をした}$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6 \text{ 又は } x = 2$$

$x \geq 0$ より, $x = 2$

(4) $|4x - 3| = |2x - 5|$

$$4x - 3 = \pm(2x - 5)$$

$$4x - 3 = 2x - 5 \text{ 又は } 4x - 3 = -(2x - 5)$$

$$2x = -2 \text{ 又は } 6x = 8$$

$$x = -1 \text{ 又は } x = \frac{4}{3} \quad \cdots \text{答え}$$

☆別解

両辺を二乗して,

$$16x^2 - 24x + 9 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$12x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$3x^2 - x - 4 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div 4 \text{ をした}$$

$$(x + 1)(3x - 4) = 0 \quad \leftarrow \text{たすき掛けの因数分解}$$

$$x + 1 = 0 \text{ 又は } 3x - 4 = 0$$

$$x = -1 \text{ 又は } x = \frac{4}{3}$$

2. 次の方程式を解け。(S級1分, A級1分30秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) $|x| = 16$

$x = \pm 16$ …答え

☆別解

両辺を二乗して,

$$|x|^2 = 16^2$$

$$x^2 = 256$$

$$x = \pm 16$$

(2) $7 = |2x - 3|$

$$2x - 3 = \pm 7$$

$$2x = 7 + 3 \text{ 又は } 2x = -7 + 3$$

$$x = 5 \text{ 又は } x = -2 \quad \dots\text{答え}$$

☆別解

両辺を二乗して,

$$49 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$4x^2 - 12x - 40 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div 4 \text{ をした}$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

$$x = -2 \text{ 又は } x = 5$$

(3) $3x = |3x - 1|$

右辺が0以上なので,

$$3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

この条件下で,

$$3x - 1 = \pm 3x$$

$$3x - 1 = 3x \text{ 又は } 3x - 1 = -3x$$

$$\text{矛盾で不適当 又は } x = \frac{1}{6}$$

$x \geq 0$ より,

$$x = \frac{1}{6} \quad \dots\text{答え}$$

☆別解

$3x \geq 0$ という条件下で両辺を二乗

$$9x^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$6x = 1$$

$$x = \frac{1}{6}$$

(4) $|2x + 1| = |3x - 5|$

$$2x + 1 = \pm(3x - 5)$$

$$2x + 1 = 3x - 5 \text{ 又は } 2x + 1 = -(3x - 5)$$

$$x = 6 \text{ 又は } x = \frac{4}{5} \quad \dots\text{答え}$$

☆別解

両辺を二乗して,

$$4x^2 + 4x + 1 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$-5x^2 + 34x - 24 = 0$$

$$5x^2 - 34x + 24 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div (-1) \text{ をした}$$

$$(x - 6)(5x - 4) = 0 \quad \leftarrow \text{たすき掛けの因数分解}$$

$$x - 6 = 0 \text{ 又は } 5x - 4 = 0$$

$$x = 6 \text{ 又は } x = \frac{4}{5}$$

★座標平面上の交点は連立解

答えが1つしか出てこないこともある.

座標平面上で, $y = 3x$ と $y = |3x - 1|$ の交点と

考えてみよう.