

反射テスト 絶対値 場合分けによる計算 03

1. 実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $3|x - 5| + 3x + 15$

(2) $|x^2 - x - 2| + |x + 2|$

2. 実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

(S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) $2|x - 2| - 2|x + 2|$

(2) $|x^2 - 6x + 8| + |x - 3|$

反射テスト 絶対値 場合分けによる計算 03 解答解説

1. 実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

★絶対値の入る式の計算

次のように場合分けして考える. ②は①と③に含んで計算する方が簡便.

- ① 絶対値の中が正のときは, そのまま.
- ② 絶対値の中が0のときは, 0.
- ③ 絶対値の中が負のときは, (-1) をかける!

$$|A| \begin{cases} \text{① } A > 0 \text{ のとき, } & |A| = A \\ \text{② } A = 0 \text{ のとき, } & |A| = 0 \\ \text{③ } A < 0 \text{ のとき, } & |A| = -A \end{cases}$$

(1) $3|x-5| + 3x + 15$

$x-5 \geq 0$ のとき,
($x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$)
与式 = $3(x-5) + 3x + 15$
= $3x - 15 + 3x + 15$
= $6x$

$x-5 \leq 0$ のとき,
($x-5 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 5$)
与式 = $3\{-(x-5)\} + 3x + 15$
= $-3x + 15 + 3x + 15$
= 30

答え $\begin{cases} 6x & (x \geq 5 \text{ のとき}) \\ 30 & (x \leq 5 \text{ のとき}) \end{cases}$

(2) $|x^2 - x - 2| + |x + 2|$

$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$
 $\Rightarrow \begin{cases} x \leq -1 \text{ 又は } 2 \leq x \text{ のとき, } & x^2 - x - 2 \geq 0 \\ -1 \leq x \leq 2 \text{ のとき, } & x^2 - x - 2 \leq 0 \end{cases}$
 $x+2 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2 \text{ のとき, } & x+2 \leq 0 \\ -2 \leq x \text{ のとき, } & x+2 \geq 0 \end{cases}$

- ① $x \leq -2$ のとき
与式 = $(x^2 - x - 2) - (x + 2) = x^2 - 2x - 4$
- ② $-2 \leq x \leq -1$ 又は $2 \leq x$ のとき
与式 = $(x^2 - x - 2) + (x + 2) = x^2$
- ③ $-1 \leq x \leq 2$ のとき
与式 = $-(x^2 - x - 2) + (x + 2) = -x^2 + 2x + 4$

答え $\begin{cases} x^2 - 2x - 4 & (x \leq -2) \\ x^2 & (-2 \leq x \leq -1 \text{ 又は } 2 \leq x) \\ -x^2 + 2x + 4 & (-1 \leq x \leq 2) \end{cases}$

2. 実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

(S級2分20秒, A級3分30秒, B級5分, C級7分)

(1) $2|x-2| - 2|x+2|$

$$|x-2| \Rightarrow x-2 \geq 0 \text{ 又は } x-2 \leq 0 \text{ に場合分け}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 2 \text{ 又は } x \leq 2 \text{ に場合分け}$$

$$|x+2| \Rightarrow x+2 \geq 0 \text{ 又は } x+2 \leq 0 \text{ に場合分け}$$

$$\Leftrightarrow x \geq -2 \text{ 又は } x \leq -2 \text{ に場合分け}$$

以上の場合分けより, 次の3つに場合分けして考える.

$$\begin{cases} \textcircled{1} & x \leq -2 \text{ のとき} \\ \textcircled{2} & -2 \leq x \leq 2 \text{ のとき} \\ \textcircled{3} & 2 \leq x \text{ のとき} \end{cases}$$

① $x \leq -2$ のとき,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2\{-(x-2)\} - 2\{-(x+2)\} \\ &= -2(x-2) + 2(x+2) \\ &= -2x + 4 + 2x + 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

② $-2 \leq x \leq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2\{-(x-2)\} - 2(x+2) \\ &= -2(x-2) - 2(x+2) \\ &= -2x + 4 - 2x - 4 \\ &= -4x \end{aligned}$$

③ $2 \leq x$ のとき,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 2(x-2) - 2(x+2) \\ &= 2(x-2) - 2(x+2) \\ &= 2x - 4 - 2x - 4 \\ &= -8 \end{aligned}$$

$$\text{答え} \begin{cases} 8 & (x \leq -2 \text{ のとき}) \\ -4x & (-2 \leq x \leq 2 \text{ のとき}) \\ -8 & (2 \leq x \text{ のとき}) \end{cases}$$

(2) $|x^2 - 6x + 8| + |x - 3|$

$$x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \text{ 又は } 4 \leq x \text{ のとき, } x^2 - 6x + 8 \geq 0 \\ 2 \leq x \leq 4 \text{ のとき, } x^2 - 6x + 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$x - 3 \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \text{ のとき, } x - 3 \geq 0 \\ 3 \leq x \text{ のとき, } x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

① $x \leq 2$ のとき

$$\text{与式} = (x^2 - 6x + 8) - (x - 3) = x^2 - 7x + 11$$

② $2 \leq x \leq 3$ のとき

$$\text{与式} = -(x^2 - 6x + 8) - (x - 3) = -x^2 + 5x - 5$$

③ $3 \leq x \leq 4$ のとき

$$\text{与式} = -(x^2 - 6x + 8) + (x - 3) = -x^2 + 7x - 11$$

④ $4 \leq x$ のとき

$$\text{与式} = (x^2 - 6x + 8) + (x - 3) = x^2 - 5x + 5$$

$$\text{答え} \begin{cases} x^2 - 7x + 11 & (x \leq 2 \text{ のとき}) \\ -x^2 + 5x - 5 & (2 \leq x \leq 3 \text{ のとき}) \\ -x^2 + 7x - 11 & (3 \leq x \leq 4 \text{ のとき}) \\ x^2 - 5x + 5 & (4 \leq x \text{ のとき}) \end{cases}$$