反射テスト　絶対値　場合分けによる計算　01

1.　実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

（ S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

(1)　$|x+3|-3$

(2)　$|x|+|x+2|$

2. 実数の範囲で次の式を計算せよ. 答えは必要とあれば場合分けの形で示せ.

(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) $|1-x|-1$

(2) $|2-x|+|2+x|$

反射テスト　絶対値　場合分けによる計算　01　解答解説

1.　実数の範囲で次の式を計算せよ．答えは必要とあれば場合分けの形で示せ．

（ S 級 1 分 10 秒，A 級 2 分，B 級 3 分，C 級 4 分 ）

★ 絶対値の入る式の計算

次のように場合分けして考える．②は①と③に含んで計算する方が簡便．

① 絶対値の中が正のときは，そのまま．

② 絶対値の中が 0 のときは，0.

③ 絶対値の中が負のときは，(-1) をかける！

$$|A|\begin{cases} \text{①}\quad \boldsymbol{A>0} \textbf{ のとき，}\quad \boldsymbol{|A|=A} \\ \text{②}\quad \boldsymbol{A=0} \textbf{ のとき，}\quad \boldsymbol{|A|=0} \\ \text{③}\quad \boldsymbol{A<0} \textbf{ のとき，}\quad \boldsymbol{|A|=-A} \end{cases}$$

(1)　$|x+3|-3$

$x+3 \geqq 0$　のとき，

（ $x+3 \geqq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geqq -3$ ）

与式 $=|x+3|-3=x+3-3=x$

$x+3 \leqq 0$　のとき，

（ $x+3 \leqq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \leqq -3$ ）

与式 $=|x+3|-3=-(x+3)-3=-x-6$

$$\textbf{答え}\begin{cases} \boldsymbol{x} & \textbf{（ } \boldsymbol{x \geqq -3} \textbf{ のとき ）} \\ \boldsymbol{-x-6} & \textbf{（ } \boldsymbol{x \leqq -3} \textbf{ のとき ）} \end{cases}$$

$$☆別解 1 \begin{cases} x & （ x>-3 \text{ のとき} ） \\ -3 & （ x=-3 \text{ のとき} ） \\ -x-6 & （ x<-3 \text{ のとき} ） \end{cases}$$

$$☆別解 2 \begin{cases} x & （ x>-3 \text{ のとき} ） \\ -x-6 & （ x\leqq-3 \text{ のとき} ） \end{cases}$$

$$☆別解 3 \begin{cases} x & （ x\geqq-3 \text{ のとき} ） \\ -x-6 & （ x<-3 \text{ のとき} ） \end{cases}$$

☆ポイント

どれも解答として妥当である．センター試験では別解 2 か 3 の形式が多いが，非常に厳格に考えれば最初の答えと別解 1 が最適と私は思う．しかし場合分けという観点からいうと 2 と 3 も妥当．記述式ではどの形式で書くか決めておいた方がよい．

(2)　$|x|+|x+2|$

$|x| \quad \Rightarrow \quad x \geqq 0$ 又は $x \leqq 0$ に場合分け

$|x+2| \quad \Rightarrow \quad x+2 \geqq 0$ 又は $x+2 \leqq 0$ に場合分け

$\Leftrightarrow \quad x \geqq -2$ 又は $x \leqq -2$ に場合分け

以上の場合分けより，次の 3 つに場合分けして考える．

$$\begin{cases} \text{①}\quad x \leqq -2 \text{ のとき} \\ \text{②}\quad -2 \leqq x \leqq 0 \text{ のとき} \\ \text{③}\quad 0 \leqq x \text{ のとき} \end{cases}$$

①　$x \leqq -2$　のとき，

$|x|+|x+2|=-x-(x+2)=-2x-2$

②　$-2 \leqq x \leqq 0$　のとき，

$|x|+|x+2|=-x+(x+2)=2$

③　$0 \leqq x$　のとき，

$|x|+|x+2|=x+(x+2)=2x+2$

$$\textbf{答え}\begin{cases} \boldsymbol{-2x-2} & \textbf{（ } \boldsymbol{x \leqq -2} \textbf{ のとき ）} \\ \boldsymbol{2} & \textbf{（ } \boldsymbol{-2 \leqq x \leqq 0} \textbf{ のとき ）} \\ \boldsymbol{2x+2} & \textbf{（ } \boldsymbol{0 \leqq x} \textbf{ のとき ）} \end{cases}$$

☆ポイント 1

絶対値が 2 つある式では 3 つに場合分けをする．

絶対値が 3 つある式では 4 つに場合分けをする．

………

絶対値が n 個ある式では $(n+1)$ 通りに場合分けをする．

☆ポイント 2

実際に数字を入れると，$|\quad|$ の中身に (-1) を掛けるか掛けないのか判断しやすい．

上の問題の②を例にとってみよう．$-2 \leqq x < 0$　という条件であるから，この条件を満たす $x=-1$ を代入してみると，

$|x|+|x+2|=|-1|+|-1+2|=|-1|+|1|$

よって，最初の $|\quad|$ にだけ (-1) を掛ければいいことがわかる．

2.　実数の範囲で次の式を計算せよ．答えは必要とあれば場合分けの形で示せ．

（ S 級 1 分 10 秒，A 級 2 分，B 級 3 分，C 級 4 分 ）

(1)　$|1-x|-1$

$1-x \geqq 0$　のとき，

（ $1-x \geqq 0 \quad \Rightarrow \quad x \leqq 1$ ）

$|1-x|-1 = 1-x-1 = -x$

$1-x \leqq 0$　のとき，

（ $1-x \leqq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geqq 1$ ）

$|1-x|-1 = -(1-x)-1 = x-2$

答え $\begin{cases} -x & (\ x \leqq 1 \text{ のとき}\ ) \\ x-2 & (\ x \geqq 1 \text{ のとき}\ ) \end{cases}$

☆別解 1 $\begin{cases} -x & (\ x < 1 \text{ のとき}\ ) \\ x-2 & (\ x \geqq 1 \text{ のとき}\ ) \end{cases}$

☆別解 2 $\begin{cases} -x & (\ x < 1 \text{ のとき}\ ) \\ -1 & (\ x = 1 \text{ のとき}\ ) \\ x-2 & (\ x > 1 \text{ のとき}\ ) \end{cases}$

(2)　$|2-x|+|2+x|$

$|2-x| \quad \Rightarrow \quad 2-x \geqq 0$ 又は $2-x \leqq 0$ に場合分け

$\Leftrightarrow \quad x \leqq 2$ 又は $x \geqq 2$ に場合分け

$|2+x| \quad \Rightarrow \quad 2+x \geqq 0$ 又は $2+x \leqq 0$ に場合分け

$\Leftrightarrow \quad x \geqq -2$ 又は $x \leqq -2$ に場合分け

以上の場合分けより，次の 3 つに場合分けして考える．

$\begin{cases} ① \quad x \leqq -2 \text{ のとき} \\ ② \quad -2 \leqq x \leqq 2 \text{ のとき} \\ ③ \quad 2 \leqq x \text{ のとき} \end{cases}$

①　$x \leqq -2$　のとき，

$|2-x|+|2+x| = (2-x)-(x+2) = -2x$

②　$-2 \leqq x \leqq 2$　のとき，

$|2-x|+|2+x| = (2-x)+(x+2) = 4$

③　$2 \leqq x$　のとき，

$|2-x|+|2+x| = -(2-x)+(x+2) = 2x$

答え $\begin{cases} -2x & (\ x \leqq -2 \text{ のとき}\ ) \\ 4 & (\ -2 \leqq x \leqq 2 \text{ のとき}\ ) \\ 2x & (\ 2 \leqq x \text{ のとき}\ ) \end{cases}$

☆別解 1 $\begin{cases} -2x & (\ x \leqq -2 \text{ のとき}\ ) \\ 4 & (\ -2 < x \leqq 2 \text{ のとき}\ ) \\ 2x & (\ 2 < x \text{ のとき}\ ) \end{cases}$

☆別解 2 $\begin{cases} -2x & (\ x \leqq -2 \text{ のとき}\ ) \\ 4 & (\ -2 < x < 2 \text{ のとき}\ ) \\ 2x & (\ 2 \leqq x \text{ のとき}\ ) \end{cases}$