

反射テスト 計算 対称式 $x - \frac{1}{x}$ 01

1. 次の式を $x + \frac{1}{x} = t$ として, 次の式を t で表せ. (S級 25 秒, A級 1 分, B級 1 分 50 秒, C級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

2. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ のとき, 次の式の値を求めよ. (S級 25 秒, A級 1 分, B級 1 分 50 秒, C級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

3. 次の式を $x - \frac{1}{x} = t$ として, 次の式を t で表せ. (S 級 25 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 50 秒, C 級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x + \frac{1}{x}$

4. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{6}$ のとき, 次の式の値を求めよ. (S 級 30 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 50 秒, C 級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

反射テスト 計算 対称式 $x - \frac{1}{x}$ 01 解答解説

1. 次の式を $x + \frac{1}{x} = t$ として、次の式を t で表せ。(S級 25秒, A級 1分, B級 1分 50秒, C級 3分)

★ $x - \frac{1}{x}$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

★公式 $x - \frac{1}{x} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4}$

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

$$t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow t^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

$$\Leftrightarrow t^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (t^2 - 2) - 2 \quad \leftarrow \because (1)$$

$$\Leftrightarrow t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = t^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{t^2 - 4}$$

2. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ のとき、次の式の値を求めよ。(S級 25秒, A級 1分, B級 1分 50秒, C級 3分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

$$= \sqrt{5}^2 - 2 = 3$$

$$= \sqrt{5}^2 - 4 = 1$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} > 0 \text{ より,}$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{1} = 1$$

3. 次の式を $x - \frac{1}{x} = t$ として、次の式を t で表せ。(S級 25 秒, A級 1 分, B級 1 分 50 秒, C級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x + \frac{1}{x}$

$$t = x - \frac{1}{x} \Rightarrow t^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow t^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (t^2 + 2) + 2 \quad \leftarrow \because (1)$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2 + 4$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{t^2 + 4}$$

4. $x + \frac{1}{x} = 3\sqrt{6}$ のとき、次の式の値を求めよ。(S級 30 秒, A級 1 分, B級 1 分 50 秒, C級 3 分)

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

(2) $x - \frac{1}{x}$ (ただし $x - \frac{1}{x}$ は正.)

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= (3\sqrt{6})^2 - 2 = 52$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

$$= (3\sqrt{6})^2 - 4 = 50$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} > 0 \text{ より,}$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$