反射テスト　二元交代式　01

1.　$x-y=A$，$xy=B$ として計算せよ.（ S 級 38 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分 ）

(1)　xy^2-x^2y

(2)　x^2+y^2

(3)　$(x+y)^2$

(4)　x^3-y^3

2.　$x+y=S$，$x-y=D$ として計算せよ.（ S 級 20 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 30 秒, C 級 3 分 ）

(1)　x

(2)　x^2+y^2

3. $x-y=A$, $xy=B$ として計算せよ.（ S 級 38 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分 ）

(1) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

(2) x^2+xy+y^2

(3) $(x+y)^2$

(4) y^3-x^3

4. $x+y=S$, $x-y=D$ として計算せよ.（ S 級 20 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 30 秒, C 級 3 分 ）

(1) y

(2) xy

反射テスト　二元交代式　01　解答解説

1. $x-y=A$，$xy=B$ として計算せよ.（S 級 38 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分）

★ 二元交代式　文字が二種類（二元）で，その 2 つを入れ替えると，元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.
例　x^5-y^5，y^2-x^2，$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$，$\cdots$

二元交代式は必ず **基本交代式 $(x-y)$** で **因数分解** できる.

x, y の二元交代式 $=(x-y)\times(x, y$ の二元対称式$)$

この法則「交代式 = 基本交代式 × 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1)　xy^2-x^2y

$=xy(y-x)$

$=-xy(x-y)$　←☆

$=\boldsymbol{-AB}$

☆コインの表裏のイメージ
$(a-b)$　〜　$(b-a)$
$\times(-1)$ すると，左は右に，右は左に.

(2)　x^2+y^2

$=(x-y)^2+2xy$　←☆

$=\boldsymbol{A^2+2B}$

☆応用
$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
☆ちなみに x^2+y^2 は交代式ではない.

(3)　$(x+y)^2$

$=x^2+2xy+y^2$

$=x^2-2xy+y^2+2xy+2xy$

$=(x-y)^2+4xy$

$=\boldsymbol{A^2+4B}$

(4)　x^3-y^3

$=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x-y)\left\{(x-y)^2+3xy\right\}$

$=\boldsymbol{A(A^2+3B)}$

$=\boldsymbol{A^3+3AB}$

2. $x+y=S$，$x-y=D$ として計算せよ.（S 級 20 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 30 秒, C 級 3 分）

(1)　x

$=\boldsymbol{\dfrac{S+D}{2}}$

☆和差算の要領である.

(2)　x^2+y^2

$S^2=x^2+2xy+y^2$
$D^2=x^2-2xy+y^2$

よって，　$S^2+D^2=2x^2+2y^2$

$x^2+y^2=\boldsymbol{\dfrac{S^2+D^2}{2}}$

3.　$x-y=A$，$xy=B$ として計算せよ.（S 級 38 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分）

★ 二元交代式　文字が二種類（二元）で，その 2 つを入れ替えると，元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.

例　x^5-y^5，y^2-x^2，$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$，$\cdots$

二元交代式は必ず **基本交代式 $(\boldsymbol{x-y})$** で **因数分解** できる.

$\boldsymbol{x,y}$ の二元交代式 $=(\boldsymbol{x-y})\times(\boldsymbol{x,y}$ の二元対称式$)$

この法則「交代式 $=$ 基本交代式 $\times$ 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1)　$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

$=\dfrac{1\times y}{x\times y}-\dfrac{1\times x}{y\times x}$　←通分

$=\dfrac{y-x}{xy}$

$=\dfrac{-(x-y)}{xy}$　←☆

$=\boldsymbol{-\dfrac{A}{B}}$

☆コインの表裏のイメージ

$(a-b)$　〜　$(b-a)$

$\times(-1)$ すると, 左は右に, 右は左に.

(2)　x^2+xy+y^2

$=(x-y)^2+2xy+xy$　←☆

$=\boldsymbol{A^2+3B}$

☆応用

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

☆ちなみに x^2+y^2 は交代式ではない.

(3)　$(x+y)^2$

$=x^2+2xy+y^2$

$=x^2-2xy+y^2+2xy+2xy$

$=(x-y)^2+4xy$

$=\boldsymbol{A^2+4B}$

(4)　y^3-x^3

$=-(x^3-y^3)$

$=-(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=-(x-y)\left\{(x-y)^2+3xy\right\}$

$=\boldsymbol{-A(A^2+3B)}$

$=\boldsymbol{-A^3-3AB}$

4.　$x+y=S$，$x-y=D$ として計算せよ.（S 級 20 秒, A 級 40 秒, B 級 1 分 30 秒, C 級 3 分）

(1)　y

$=\boldsymbol{\dfrac{S-D}{2}}$

☆和差算の要領である.

(2)　xy

$S^2=x^2+2xy+y^2$

$D^2=x^2-2xy+y^2$

よって，　$S^2-D^2=4xy$

$xy=\boldsymbol{\dfrac{S^2-D^2}{4}}$