

反射テスト 二元対称式 因数分解 01

1. 因数分解せよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級4分)

(1) $a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$

(2) $a^4b + ab^4$

(3) $ab - a - b + 1$

(4) $a^4 + a^2b^2 + b^4$

2. 因数分解せよ。(S級1分30秒, A級2分10秒, B級3分20秒, C級5分)

(1) $a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$

(2) $a^5b^2 + a^2b^5$

(3) $a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1$

(4) $a^4 - 7a^2b^2 + b^4$

反射テスト 二元対称式 因数分解 01 解答解説

1. 因数分解せよ。(S級1分, A級1分40秒, B級2分30秒, C級4分)

★二元対称式

文字が二種類(二元)で, その2つを入れ替えても, 元の式と同じになるものを二元対称式という.

例 $x^5 + y^5$, $x + y + 24$, $x^3 + y^3 + xy - 3x - 3y$, $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$, ...

これらの対称式は, 必ず基本対称式(和と積)のみで表すことができる.

つまり, x , y の二元対称式は, 基本対称式 $x + y$ と xy で表すことができる.

★公式1 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

★公式2 $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$

(1) $a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$

$$= ab(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= ab(a + b)^2$$

(2) $a^4b + ab^4$

$$= ab(a^3 + b^3)$$

$$= ab(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

(3) $ab - a - b + 1$

$$= a(b - 1) - (b - 1)$$

$$= (a - 1)(b - 1)$$

(4) $a^4 + a^2b^2 + b^4$

$$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2$$

$$= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$$

$$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

2. 因数分解せよ。(S級1分30秒, A級2分10秒, B級3分20秒, C級5分)

$$(1) \quad a^3b - 2a^2b^2 + ab^3$$

$$= ab(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= ab(a - b)^2$$

$$(2) \quad a^5b^2 + a^2b^5$$

$$= a^2b^2(a^3 + b^3)$$

$$= a^2b^2(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

☆ $(a - b)$ は交代式だが,
 $(a - b)^2$ は交代式ではなく対称式.

$$(3) \quad a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1$$

$$= a^2(b^2 - 1) - (b^2 - 1)$$

$$= (a^2 - 1)(b^2 - 1)$$

$$= (a + 1)(a - 1)(b + 1)(b - 1)$$

$$(4) \quad a^4 - 7a^2b^2 + b^4$$

$$= a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 9a^2b^2$$

$$= (a^2 + b^2)^2 - (3ab)^2$$

$$= (a^2 + b^2 + 3ab)(a^2 + b^2 - 3ab)$$

$$= (a^2 + 3ab + b^2)(a^2 - 3ab + b^2)$$