

## 反射テスト 式変形 二項定理 03

1.  $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^7$  を展開したとき,  $x^6$  の係数を求めよ.

( S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

2.  $\left(x^2 - \frac{3}{2x^3}\right)^9$  を展開したとき,  $x^3$  の係数を求めよ.

( S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

## 反射テスト 式変形 二項定理 03 解答解説

1.  $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^7$  を展開したとき,  $x^6$  の係数を求めよ.

(S級 1分30秒, A級 2分40秒, B級 4分, C級 6分)

### ★ 二項定理

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + {}_nC_2 a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_i a^{n-i}b^i + \cdots + {}_nC_{n-2} a^2 b^{n-2} + {}_nC_{n-1} a b^{n-1} + {}_nC_n b^n$$

### ★ 3項以上への拡張

$(a+b+c)^n$  を展開したとき,  $a^p b^q c^r$  の項の係数は,

$$\frac{n!}{p!q!r!} \quad \text{ただし } p+q+r=n$$

### 解答

二項定理から, 与式を展開したときの任意の項を, 整数  $r$  を用いて,

$${}_r C_r \cdot (x^3)^r \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^{7-r}$$

と表せる.

$x$  の次数に注目して,  $x^6$  の項が出てくるのは,

$$3r - 2(7-r) = 6 \quad \Leftrightarrow \quad r = 4$$

これを代入すると,

$${}_7 C_4 \cdot (x^3)^4 \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^{7-4}$$

$$= {}_7 C_3 \cdot x^{12} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^3$$

$$= -35 \cdot x^{12} \cdot \frac{2^3}{x^6}$$

$$= -280x^6$$

$$\Rightarrow -280$$

2.  $\left(x^2 - \frac{3}{2x^3}\right)^9$  を展開したとき、 $x^3$  の係数を求めよ.

(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

★ 二項定理

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + {}_nC_2 a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_i a^{n-i}b^i + \cdots + {}_nC_{n-2} a^2 b^{n-2} + {}_nC_{n-1} a b^{n-1} + {}_nC_n b^n$$

★ 3 項以上への拡張

$(a+b+c)^n$  を展開したとき、 $a^p b^q c^r$  の項の係数は、

$$\frac{n!}{p!q!r!} \quad \text{ただし } p+q+r=n$$

解答

二項定理から、与式を展開したときの任意の項を、整数  $r$  を用いて、

$${}_9C_r \cdot (x^2)^r \cdot \left(-\frac{3}{2x^3}\right)^{9-r}$$

と表せる.

$x$  の次数に注目して、 $x^3$  の項が出てくるのは、

$$2r - 3(9-r) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad r = 6$$

これを代入すると、

$${}_9C_6 \cdot (x^2)^6 \cdot \left(-\frac{3}{2x^3}\right)^{9-6}$$

$$= {}_9C_3 \cdot x^{12} \cdot \left(-\frac{3}{2x^3}\right)^3$$

$$= -84 \cdot x^{12} \cdot \frac{27}{8x^9}$$

$$= -\frac{567}{2} x^3$$

$$\Rightarrow -\frac{567}{2}$$