

反射テスト 式変形 二項定理 02

1. にあてはまる数を求めよ。(S級2分50秒, A級3分50秒, B級5分, C級6分30秒)

(1) $(a + b)^8$ を展開すると,

$$\cdots + \boxed{\text{ア}} a^3 b^{\boxed{\text{イ}}} + \cdots$$

(2) $(a - 2b)^9$ を展開すると,

$$\cdots + \boxed{\text{ウ}} a^4 b^{\boxed{\text{エ}}} + \cdots$$

(3) $(a + b + c)^6$ を展開すると,

$$\cdots + \boxed{\text{オ}} a^3 b^2 c^{\boxed{\text{カ}}} + \cdots$$

(4) $(a - 2b + 3c)^7$ を展開すると,

$$\cdots + \boxed{\text{キ}} ab^3 c^{\boxed{\text{ク}}} + \cdots$$

2. にあてはまる数を求めよ。(S級2分40秒, A級3分40秒, B級5分, C級6分30秒)

(1) $(a + b)^7$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{ア}} a^3 b \boxed{\text{イ}} + \dots$

(2) $(2a - b)^9$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{ウ}} a^4 b \boxed{\text{エ}} + \dots$

(3) $(a + b + c)^7$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{オ}} a^2 b^2 c \boxed{\text{カ}} + \dots$

(4) $(a + 2b - 3c)^6$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{キ}} ab^2 c \boxed{\text{ク}} + \dots$

反射テスト 式変形 二項定理 02 解答解説

1. にあてはまる数を求めよ。(S級2分50秒, A級3分50秒, B級5分, C級6分30秒)

★二項定理

$$(a+b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_i a^{n-i} b^i + \dots + {}_n C_{n-2} a^2 b^{n-2} + {}_n C_{n-1} a b^{n-1} + {}_n C_n b^n$$

★3項以上への拡張

$(a+b+c)^n$ を展開したとき, $a^p b^q c^r$ の項の係数は,

$$\frac{n!}{p!q!r!} \quad \text{ただし } p+q+r=n$$

(1) $(a+b)^8$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{ア}} a^3 b^{\boxed{\text{イ}}} + \dots$

$$8-3=5 \quad \dots \boxed{\text{イ}}$$

$${}_8 C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \mathbf{56} \quad \dots \boxed{\text{ア}}$$

(2) $(a-2b)^9$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{ウ}} a^4 b^{\boxed{\text{エ}}} + \dots$

$$9-4=5 \quad \dots \boxed{\text{エ}}$$

$${}_9 C_4 \cdot a^4 \cdot (-2b)^5 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot a^4 \cdot (-32b^5)$$

$$= -4032 a^4 b^5$$

$$\Rightarrow \mathbf{-4032} \quad \dots \boxed{\text{ウ}}$$

(3) $(a+b+c)^6$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{オ}} a^3 b^2 c^{\boxed{\text{カ}}} + \dots$

$$6-(3+2)=1 \quad \dots \boxed{\text{カ}}$$

$$\frac{6!}{3!2!1!} = \mathbf{60} \quad \dots \boxed{\text{オ}}$$

(4) $(a-2b+3c)^7$ を展開すると,
 $\dots + \boxed{\text{キ}} a b^3 c^{\boxed{\text{ク}}} + \dots$

$$7-(1+3)=3 \quad \dots \boxed{\text{ク}}$$

$$\frac{7!}{1!3!3!} \cdot a \cdot (-2b)^3 \cdot (3c)^3 = 140 \cdot (-8) \cdot 27 a b^3 c^3$$

$$= -30240 a b^3 c^3$$

$$\Rightarrow \mathbf{-30240} \quad \dots \boxed{\text{キ}}$$

2. にあてはまる数を求めよ。(S級2分40秒, A級3分40秒, B級5分, C級6分30秒)

★二項定理

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + {}_nC_2 a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_i a^{n-i}b^i + \cdots + {}_nC_{n-2} a^2 b^{n-2} + {}_nC_{n-1} a b^{n-1} + {}_nC_n b^n$$

★3項以上への拡張

$(a+b+c)^n$ を展開したとき, $a^p b^q c^r$ の項の係数は,

$$\frac{n!}{p!q!r!} \quad \text{ただし } p+q+r=n$$

(1) $(a+b)^7$ を展開すると,
 $\cdots + \boxed{\text{ア}} a^3 b \boxed{\text{イ}} + \cdots$

$$7-3=4 \quad \cdots \boxed{\text{イ}}$$

$${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 35 \quad \cdots \boxed{\text{ア}}$$

(2) $(2a-b)^9$ を展開すると,
 $\cdots + \boxed{\text{ウ}} a^4 b \boxed{\text{エ}} + \cdots$

$$9-4=5 \quad \cdots \boxed{\text{エ}}$$

$${}_9C_4 \cdot (2a)^4 \cdot (-b)^5 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 16a^4 \cdot (-b^5)$$

$$= -2016a^4b^5$$

$$\Rightarrow -2016 \quad \cdots \boxed{\text{ウ}}$$

(3) $(a+b+c)^7$ を展開すると,
 $\cdots + \boxed{\text{オ}} a^2 b^2 c \boxed{\text{カ}} + \cdots$

$$7-(2+2)=3 \quad \cdots \boxed{\text{カ}}$$

$$\frac{7!}{2!2!3!} = 210 \quad \cdots \boxed{\text{オ}}$$

(4) $(a+2b-3c)^6$ を展開すると,
 $\cdots + \boxed{\text{キ}} ab^2 c \boxed{\text{ク}} + \cdots$

$$6-(1+2)=3 \quad \cdots \boxed{\text{ク}}$$

$$\frac{6!}{1!2!3!} \cdot a \cdot (2b)^2 \cdot (-3c)^3 = 60 \cdot 4 \cdot (-27)ab^2c^3$$

$$= -6480ab^2c^3$$

$$\Rightarrow -6480 \quad \cdots \boxed{\text{キ}}$$