

反射テスト 式変形 二項定理 01

1. 次の式を展開したとき、 $\langle \rangle$ 内の項の係数を求めよ。(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

(1) $(x+1)^7$ $\langle x^3 \rangle$

(2) $(x-1)^9$ $\langle x^4 \rangle$

(3) $(x-a)^{10}$ $\langle x^5 \rangle$

(4) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ $\langle x^2 \rangle$

(5) $(a-2b+3)^6$ $\langle a^3b^2 \rangle$

2. 次の式を展開したとき, $\langle \rangle$ 内の項の係数を求めよ. (S級2分10秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) $(x+1)^8 \langle x^4 \rangle$

(2) $(x-1)^8 \langle x^5 \rangle$

(3) $(x-a)^{11} \langle x^8 \rangle$

(4) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \langle \text{定数項} \rangle$

(5) $(a-2b-3)^6 \langle ab^3 \rangle$

反射テスト 式変形 二項定理 01 解答解説

1. 次の式を展開したとき、 $\langle \rangle$ 内の項の係数を求めよ。(S級1分50秒, A級2分40秒, B級4分, C級6分)

★二項定理 $a^i b^{n-i}$ の係数は ${}_n C_i$

$$(a+b)^n = {}_n C_0 a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_n C_i a^{n-i} b^i + \cdots + {}_n C_{n-2} a^2 b^{n-2} + {}_n C_{n-1} a b^{n-1} + {}_n C_n b^n$$

★3項以上への拡張

$(a+b+c)^n$ を展開したとき、 $a^p b^q c^r$ の項の係数は、 $\frac{n!}{p!q!r!}$ ただし $p+q+r=n$

(1) $(x+1)^7 \quad \langle x^3 \rangle$

x^3 の項の係数は
 ${}_7 C_3 \cdot x^3 \cdot (+1)^{7-3} = 35x^3$

$\therefore 35 \quad \cdots$ 答え

(2) $(x-1)^9 \quad \langle x^4 \rangle$

x^4 の項の係数は
 ${}_9 C_4 \cdot x^4 \cdot (-1)^{9-4} = -126x^4$

$\therefore -126 \quad \cdots$ 答え

(3) $(x-a)^{10} \quad \langle x^5 \rangle$

x^5 の項の係数は
 ${}_{10} C_5 \cdot x^5 \cdot (-a)^{10-5}$
 $= -252a^5 x^5$

$\therefore -252a^5 \quad \cdots$ 答え

(4) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \quad \langle x^2 \rangle$

x^2 の項の係数は
 ${}_6 C_4 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{6-4}$
 $= {}_6 C_2 \cdot x^4 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2$
 $= 15x^2$

$\therefore 15 \quad \cdots$ 答え

(5) $(a-2b+3)^6 \quad \langle a^3 b^2 \rangle$

$6 - (3+2) = 1$
 $a^3 b^2$ の項の係数は
 $\frac{6!}{3!2!1!} \cdot a^3 \cdot (-2b)^2 \cdot 3^1$
 $= 60 \cdot 4 \cdot 3a^3 b^2$
 $= 720a^3 b^2$

$\therefore 720 \quad \cdots$ 答え

2. 次の式を展開したとき、 $\langle \rangle$ 内の項の係数を求めよ。(S級2分10秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) $(x+1)^8 \langle x^4 \rangle$

x^3 の項の係数は

$${}_8C_4 \cdot x^4 \cdot (+1)^{8-4} = 70x^3$$

$\therefore 70 \quad \dots$ 答え

(2) $(x-1)^8 \langle x^5 \rangle$

x^5 の項の係数は

$${}_8C_5 \cdot x^5 \cdot (-1)^{8-5} = -56x^5$$

$\therefore -56 \quad \dots$ 答え

(3) $(x-a)^{11} \langle x^8 \rangle$

x^8 の項の係数は

$$\begin{aligned} & {}_{11}C_8 \cdot x^8 \cdot (-a)^{11-8} \\ &= -{}_{11}C_3 \cdot a^3 x^8 \\ &= -165a^3 x^8 \end{aligned}$$

$\therefore -165a^3 \quad \dots$ 答え

(4) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \langle \text{定数項} \rangle$

定数項は

$$\begin{aligned} & {}_6C_3 \cdot x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{6-3} \\ &= {}_6C_3 \cdot x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$\therefore 20 \quad \dots$ 答え

(5) $(a-2b-3)^6 \langle ab^3 \rangle$

$$6 - (1+3) = 2$$

ab^3 の項の係数は

$$\begin{aligned} & \frac{6!}{1!3!2!} \cdot a \cdot (-2b)^3 \cdot (-3)^2 \\ &= -60 \cdot 8 \cdot 9ab^3 \\ &= -4320ab^3 \end{aligned}$$

$\therefore -4320 \quad \dots$ 答え