

# 反射テスト 因数分解 $A^3 + B^3$ , $A^3 - B^3$ 01

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

(1)  $x^3 + 1$

(2)  $a^3 - 27b^3$

(3)  $8x^3 + \frac{1}{64}$

(4)  $a^6 - b^6$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

(1)  $a^3 - b^3$

(2)  $8x^3 + 64$

(3)  $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$

(4)  $x^3 + x^2 + x + y - y^2 + y^3$

# 反射テスト 因数分解 $A^3 + B^3$ , $A^3 - B^3$ 01 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

★立方数の和と差の公式

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

(1)  $x^3 + 1$

$$= x^3 + 1^3$$

$$= (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

☆確かめ

答えを展開して、次のことを確かめよう.

・  $x^2$  と  $x$  の項が消えること

・  $x^3$  の項と定数項の係数があること

この癖をつけると、計算間違いを大幅に減らすことができるので、暗算で確かめられるように練習すること.

(2)  $a^3 - 27b^3$

$$= a^3 - (3b)^3$$

$$= (a - 3b)\{a^2 + a \cdot 3b + (3b)^2\}$$

$$= (a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$$

(3)  $8x^3 + \frac{1}{64}$

$$= (2x)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$= \left(2x + \frac{1}{4}\right) \left\{ (2x)^2 - 2x \cdot \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right\}$$

$$= \left(2x + \frac{1}{4}\right) \left(4x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}\right)$$

(4)  $a^6 - b^6$

$$= (a^3)^2 - (b^3)^2$$

$$= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$$

$$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$= (a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

☆先を考える

最初を  $(a^2)^3 - (b^2)^3$  と考えてもいいが、計算が少々煩雑.

先を読んで回避できればベスト.

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

(1)  $a^3 - b^3$

$$= a^3 - b^3$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

(2)  $8x^3 + 64$

$$= 8(x^3 + 8) \quad \leftarrow \star$$

$$= 8(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

☆先を考える

$(2x)^3 + 4^3$  と考えた人は,

最後に ( ) の中を確認して,

8を ( ) の外に出せれば一応OK.

ただし, 解答のほうが早いし正確性も高い.

因数分解の原則を心に留めよう.

(3)  $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$

$$= \frac{b^3}{a^2b^2} + \frac{a^3}{a^2b^2} \quad \leftarrow \text{通分}$$

$$= \frac{a^3 + b^3}{a^2b^2}$$

$$= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2b^2}$$

(4)  $x^3 + x^2 + x + y - y^2 + y^3$

$$= (x^3 + y^3) + (x^2 - y^2) + (x + y)$$

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) + (x + y)(x - y) + (x + y)$$

$$= (x + y)\{(x^2 - xy + y^2) + (x - y) + 1\}$$

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2 + x - y + 1)$$