

反射テスト 因数分解 いろいろ 06

1. 次の式を因数分解せよ。(S級 55秒, A級 2分, B級 4分, C級 6分)

$$x^4 + x^2 - 2xy - y^2 + 1$$

2. 次の式を因数分解せよ. (*S* 級 1 分 10 秒, *A* 級 2 分, *B* 級 4 分, *C* 級 6 分)

$$x^4 + 8xy - 4y^2 + 4$$

反射テスト 因数分解 いろいろ 06 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級55秒, A級2分, B級4分, C級6分)

$$x^4 + x^2 - 2xy - y^2 + 1$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 - 2xy - y^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - (x + y)^2 \\ &= (x^2 + x + y + 1)(x^2 - x - y + 1) \end{aligned}$$

☆閃くなら,これが一番早いだろう.

☆別解 ★低次でまとめる

$$\begin{aligned} \text{与式} &= -1y^2 - 2xy + x^4 + x^2 + 1 \\ &= -1y^2 - 2xy + x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= -1y^2 - 2xy + (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= -1y^2 - 2xy + (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \{y + (x^2 + x + 1)\} \{(-y) + (x^2 - x + 1)\} \quad \leftarrow \text{たすき掛け} \quad \begin{array}{l} 1 \quad x^2 + x + 1 \quad \longrightarrow \quad -x^2 - x - 1 \\ -1 \quad x^2 - x + 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{x^2 - x + 1}{-2x} \end{array} \\ &= (x^2 + x + y + 1)(x^2 - x - y + 1) \end{aligned}$$

☆低次数の文字で降べきの順に整理する方法は,閃かなかったときに必ずすべき.

2. 次の式を因数分解せよ. (S級1分10秒, A級2分, B級4分, C級6分)

$$x^4 + 8xy - 4y^2 + 4$$

$$\begin{aligned} \text{与式} &= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 + 8xy - 4y^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - 4(x - y)^2 \\ &= \{(x^2 + 2) + 2(x - y)\} \{(x^2 + 2) - 2(x - y)\} \\ &= (x^2 + 2x - 2y + 2)(x^2 - 2x + 2y + 2) \end{aligned}$$

☆閃くなら,これが一番早いだろう.

☆別解 ★低次でまとめる

$$\begin{aligned} \text{与式} &= -4y^2 + 8xy + x^4 + 4 \\ &= -4y^2 + 8xy + x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 \\ &= -4y^2 + 8xy + (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 \\ &= -4y^2 + 8xy + (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \{2y + (x^2 - 2x + 2)\} \{(-2y) + (x^2 + 2x + 2)\} \quad \leftarrow \text{たすき掛け} \quad \begin{array}{r} 2 \quad x^2 - 2x + 2 \longrightarrow -2x^2 + 4x - 4 \\ -2 \quad x^2 + 2x + 2 \longrightarrow \underline{2x^2 + 4x + 4} \\ +8x \end{array} \\ &= (x^2 - 2x + 2y + 2)(x^2 + 2x - 2y + 2) \end{aligned}$$

☆低次数の文字で降べきの順に整理する方法は,閃かなかったときに必ずすべき.