

反射テスト 因数分解 いろいろ 04

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分20秒, A級2分30秒, B級4分, C級5分30秒)

(1) $a^3 - a^2 - ab - b^2 - b^3$

(2) $a^3 - 3ab + b^3 + 1$

2. 次の式を因数分解せよ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 5 分 30 秒)

(1) $a^2(a - 1) + b^2(b - 1) + ab$

(2) $8a^3 + 18ab + 27b^3 - 1$

反射テスト 因数分解 いろいろ 04 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分20秒, A級2分30秒, B級4分, C級5分30秒)

$$(1) \quad a^3 - a^2 - ab - b^2 - b^3$$

$$= a^3 - b^3 - a^2 - ab - b^2$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) - (a^2 + ab + b^2)$$

$$= (a - b - 1)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(2) \quad a^3 - 3ab + b^3 + 1$$

★3元3次対称式 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

上の公式から,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^3 + b^3 + 1^3 - 3 \cdot a \cdot b \cdot 1 \\ &= (a + b + 1)(a^2 + b^2 + 1^2 - a \cdot b - b \cdot 1 - 1 \cdot a) \\ &= (a + b + 1)(a^2 - ab + b^2 - a - b + 1) \end{aligned}$$

☆別解

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^3 + b^3 + 1 - 3ab \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 27b^3 + 1 - 3ab - 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a + b)^3 + 1^3 - 3ab(a + b + 1) \\ &= (a + b + 1)\{(a + b)^2 - (a + b) + 1\} - 3ab(a + b + 1) \\ &= (a + b + 1)(a^2 - ab + b^2 - a - b + 1) \end{aligned}$$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分30秒, A級2分40秒, B級4分, C級5分30秒)

$$(1) \quad a^2(a-1) + b^2(b-1) + ab$$

$$= a^3 + b^3 - a^2 + ab - b^2$$

$$= (a+b)(a^2 - ab + b^2) - (a^2 - ab + b^2)$$

$$= (a+b-1)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(2) \quad 8a^3 + 18ab + 27b^3 - 1$$

★3元3次対称式 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

上の公式から,

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^3 + 27b^3 + (-1)^3 - 3 \cdot 2a \cdot 3b \cdot (-1) \\ &= (2a + 3b - 1) \{ (2a)^2 + (3b)^2 + (-1)^2 - 2a \cdot 3b - 3b \cdot (-1) - (-1) \cdot 2a \} \\ &= (2a + 3b - 1)(4a^2 - 6ab + 9b^2 + 2a + 3b + 1) \end{aligned}$$

☆別解

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 8a^3 + 27b^3 - 1 + 18ab \\ &= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3 - 1 + 18ab - 36a^2b - 54ab^2 \\ &= (2a + 3b)^3 - 1^3 - 18ab(2a + 3b - 1) \\ &= (2a + 3b - 1) \{ (2a + 3b)^2 + (2a + 3b) + 1 \} - 18ab(2a + 3b - 1) \\ &= (2a + 3b - 1)(4a^2 - 6ab + 9b^2 + 2a + 3b + 1) \end{aligned}$$