

## 反射テスト 因数分解 いろいろ 03

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級2分30秒, B級3分50秒, C級5分30秒)

(1)  $3x^3 + 9x^2 + 9x + 3$

(2)  $x^5 - x^2$

(3)  $a^2b + a^2 - b - 1$

(4)  $8a^2 + 4ab - 4b^2$

(5)  $x^2 - x - a^2 + a$

(6)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分40秒, A級3分, B級4分30秒, C級6分20秒)

(1)  $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - \frac{1}{3}$

(2)  $x^6 - x^2$

(3)  $1 - b - a^2 + a^2b$

(4)  $9a^2 - 6ab - 3b^2$

(5)  $x^2 - x - a^2 - a$

(6)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

# 反射テスト 因数分解 いろいろ 03 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級2分30秒, B級3分50秒, C級5分30秒)

(1)  $3x^3 + 9x^2 + 9x + 3$

$$= 3(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$$

$$= 3(x + 1)^3$$

★公式

$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$$

(2)  $x^5 - x^2$

$$= x^2(x^3 - 1)$$

$$= x^2(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

(3)  $a^2b + a^2 - b - 1$

$$= a^2b - b + a^2 - 1$$

$$= b(a^2 - 1) + (a^2 - 1) \leftarrow \text{★低次の } b \text{ で整理}$$

$$= (a^2 - 1)(b + 1)$$

$$= (a + 1)(a - 1)(b + 1)$$

★低次で整理

☆この場合は以下のようにしてもいい.

$$a^2b + a^2 - b - 1 = a^2(b + 1) - (b + 1)$$

(4)  $8a^2 + 4ab - 4b^2$

$$= 4(2a^2 + ab - b^2)$$

$$= 4(a + b)(2a - b)$$

★たすき掛けの因数分解

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad +1 \quad \rightarrow \quad +2 \\ 2 \quad \times \quad -1 \quad \rightarrow \quad \frac{-1}{+1} \end{array}$$

(5)  $x^2 - x - a^2 + a$

$$= x^2 - x - a(a - 1)$$

$$= (x - a)(x + a - 1)$$

★たすき掛けの因数分解

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad -a \quad \rightarrow \quad -a \\ 1 \quad \times \quad a-1 \quad \rightarrow \quad \frac{a-1}{-1} \end{array}$$

☆  $x, y$  のどちらも2次式. 低次数の文字でまとめるという方法は使えないが, どちらかの文字に注目して整理すればよい. 実戦で因数分解可能かどうかをすぐに判断できるか考えてほしい.

☆別解法 平方差に注目する.

$$\text{与式} = x^2 - a^2 - x + a = (x + a)(x - a) - 1(x - a)$$

(6)  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$$= (a + b + c)^2$$

★公式 覚えておくこと. 公式を知らない, 気付かない場合は, 以下のような解き方になるだろう.

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^2 + 2ab + 2ca + b^2 + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + 2a(b + c) + (b + c)^2 \\ &= \{a + (b + c)\}^2 \end{aligned}$$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分40秒, A級3分, B級4分30秒, C級6分20秒)

$$(1) \quad \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$$

$$= \frac{1}{3}(x - 1)^3$$

★公式

$$A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3$$

$$(2) \quad x^6 - x^2$$

$$= x^2(x^4 - 1)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

$$(3) \quad 1 - b - a^2 + a^2b$$

$$= a^2b - b - a^2 + 1$$

$$= b(a^2 - 1) - (a^2 - 1) \quad \leftarrow \text{★低次の } b \text{ で整理}$$

$$= (a^2 - 1)(b - 1)$$

$$= (a + 1)(a - 1)(b - 1)$$

★低次で整理

この場合は,

$$1 - b - a^2 + a^2b = 1 - b - a^2(1 - b)$$

としてもできる.

$$(4) \quad 9a^2 - 6ab - 3b^2$$

$$= 3(3a^2 - 2ab - b^2)$$

$$= 3(3a + b)(a - b)$$

★たすき掛けの因数分解

$$\begin{array}{r} 3 \quad \times \quad +1 \quad \rightarrow \quad +1 \\ 1 \quad \times \quad -1 \quad \rightarrow \quad \frac{-3}{-2} \end{array}$$

$$(5) \quad x^2 - x - a^2 - a$$

$$= x^2 - x - a(a + 1)$$

$$= (x + a)(x - a - 1)$$

★たすき掛けの因数分解

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad +a \quad \rightarrow \quad +a \\ 1 \quad \times \quad -a-1 \quad \rightarrow \quad \frac{-a-1}{-1} \end{array}$$

☆別解法

$$\text{与式} = x^2 - a^2 - x - a$$

$$= (x + a)(x - a) - 1(x + a)$$

$$= (x + a)(x - a - 1)$$

$$(6) \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$

$$= (a + b - c)^2$$

★公式

☆1(6)と最後の2項の正負が異なる.  $(a + b + c)^2$  をイメージしながら, 各文字の正負を変えるとどうなるか考えよう. ちなみにまともに因数分解すると以下のようなになる.

☆別解法

$$\text{与式} = a^2 + 2a(b - c) + b^2 - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + 2a(b - c) + (b - c)^2$$

$$= \{a + (b - c)\}^2$$